UNIVERSIDAD DE LAS REGIONES AUTÓNOMAS DE LA COSTA CARIBE NICARAGÜENSE URACCAN
RECINTO - NUEVA GUINEA

Monografía

Propuesta Metodológica en la Enseñanza de la Integral Definida utilizando entornos informáticos para la carrera de Administración de Empresas

Para optar al título de: Licenciado en Ciencias de la Educación con Mención en Matemática.

AUTOR:

William Oswaldo Flores López

TUTOR: Msc. Eugenio López Mairena.

Nueva Guinea, Nicaragua, Diciembre del 2010.

UNIVERSIDAD DE LAS REGIONES AUTÓNOMAS DE LA COSTA CARIBE NICARAGÜENSE URACCAN
RECINTO - NUEVA GUINEA

Monografía

Propuesta Metodológica en la Enseñanza de la Integral Definida utilizando entornos informáticos para la carrera de Administración de Empresas.

Para optar al título de: Licenciado en Ciencias de la Educación con Mención en Matemática.

AUTOR:

William Oswaldo Flores López

TUTOR: Msc. Eugenio López Mairena.

Nueva Guinea, Nicaragua, Diciembre del 2010.

DEDICATORIA

Este trabajo se lo dedico con todo mi amor y cariño:

A ti Dios por darme la oportunidad de vivir y seguir adelante, y de regalarme grandes amistades que son en mi vida una gran familia.

Con mucho cariño principalmente a mi gran padre (mi abuelo) Aníbal López, porque siempre creyó en mí, y me ayudo a entrar a la adquisición de conocimiento en la educación primaria, secundaria y universitaria.

A mi madre Mayra López, por tomar la decisión de traerme al mundo y así poder ser la persona que hoy en día soy.

A Marlene López por enseñarme a leer durante mi infancia, y darme todo el cariño que necesitaba en toda mi niñez.

A mi Padre William Flores y familia Flores Urey, por apoyarme a lo largo de mi vida.

A la familia López Rosales: Rosa, Rommel, Adonia y Sayra, porque me apoyaron en el transcurso de mi carrera y siempre creyeron en mi.

A mi tutor Eugenio López, por compartir el conocimiento Matemático y motivarme a estudiar en la investigación y actualización de las Matemáticas.

A Napoleón Rojas, por motivarme al estudio de las aplicaciones de las Matemáticas a la Economía.

A Luis Antonio López, por ser un Maestro que le gusta compartir el conocimiento matemático adquirido durante la vida.

AGRADECIEMTO

A todos los maestros que fortalecieron mis conocimientos durante estos 5 años de estudios.

A la gran Maestra Claribel Castillo, por confiar en mí, y apoyarme en los buenos y malos momentos.

A mis compañeros de clases, José Pedro, Melvin, Armando, Marlon, Marvin, Jarvin, Pablo, Zeneyda, Kiriam, María, por apoyarme todo el tiempo durante estos cinco años, gracias amigos.

A mis amigos Sabino, Danelia, Ricardo, Geovany, Misael, Jhoanna, Eveling, Hollman, Lady, Adonis, Ángel Emilio por siempre estar ahí con migo en los momentos buenos y malos.

A las y los estudiantes de administración de empresa del II año 2010, por ser parte de este trabajo.

A todas mis amistades y a la gran familia URACCAN.

"Es la hora de partir, la dura y fría hora que la noche sujeta a todo horario"

Pablo Neruda.

ÍNDICE

RESUMEN

El problema real que enfrentan los educadores del área de matemática consiste en crear, establecer e implementar en la práctica mecanismos y estrategias didáctico-pedagógicas que permitan pasar de un modelo tradicional apoyado en el uso casi exclusivo de la tiza y el pizarrón, a un modelo moderno basado en el empleo de las tecnologías de la comunicación y la información (TIC), de una manera racional, sistemática, organizada, coherente y lo menos traumática posible, tanto para los docentes como para los estudiantes.

Es por lo que la elaboración de esta*: "Propuesta metodológica en la enseñanza de la integral definida utilizando entornos informáticos para la carrera de administración de empresa";* es brindar un instrumento que le facilite a los docentes y discentes en el proceso de enseñanza aprendizaje, donde se expondrán procedimientos con la formación y creatividad en las aplicaciones de la integral definida, incluyendo procesos pedagógicos, didácticos y metodológicos, así mismo, se facilitara a los docentes técnicas las cuales le permiten desarrollarse en la temática en estudio.

Este trabajo de investigación se realizó en la universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragua en el recinto universitario de Nueva Guinea RAAS, Nicaragua; específicamente con las y los estudiantes de las carreras administración de empresa.

Es por lo cual que este trabajo se orientara a la práctica de nuevos conceptos aprendidos donde se desarrollan los proceso de enseñanza aprendizaje de este tema, se enfatiza a las técnicas y estrategias necesarias para resolver los problemas aplicados, los cuales se relacionan con los negocios, la economía, la ciencias administrativas, los cuales están en nuestra vida cotidiana.

I. INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las matemáticas de los y las estudiantes de educación superior requiere dedicación, empeño y sobre todo poner en funcionamiento los sentidos de los y las estudiantes, a los efectos de esto, el desarrollo de las matemáticas se fundamenta en los avances de la enseñanza con el uso de nuevas metodologías para adquirir un aprendizaje significativo, debido que los y las estudiantes de esta carrera necesitan diversas herramientas matemáticas importantes que son necesarias para la integral definida, así como conocimientos básicos de problemas aplicado a la economía, es por eso que el propósito de este trabajo titulado**:**

"Propuesta metodológica en la enseñanza de la integral definida utilizando entornos informáticos para la carrera de administración de empresa"; es brindar un instrumento que le facilite a los docentes y discentes en el proceso de enseñanza aprendizaje, donde se expondrán procedimientos con la formación y creatividad en las aplicaciones de la integral definida, incluyendo procesos pedagógicos, didácticos y metodológicos, así mismo, se facilitara a los docentes técnicas las cuales le permiten desarrollarse en la temática en estudio.

El problema real que enfrentan los educadores del área de matemática consiste en crear, establecer e implementar en la práctica mecanismos y estrategias didáctico-pedagógicas que permitan pasar de un modelo tradicional apoyado en el uso casi exclusivo de la tiza y el pizarrón, a un modelo moderno basado en el empleo de las tecnologías de la comunicación y la información (TIC), de una manera racional, sistemática, organizada, coherente y lo menos traumática posible, tanto para los docentes como para los estudiantes.

Gavira Nora (1998) en su trabajo:

> Calculo Diferencial e Integral con Aplicaciones a la Economía, Demografía y Seguros propone una exposición de cómo se pueden enriquecer algunos temas del cálculo, sin pretender que se impartan cursos dirigidos sólo a estas especialidades, con lo que se espera que los estudiantes de dichas carreras, que llevan un curso clásico de cálculo en la UNAN, cuenten con un material propio extra clase que le ayude a entender y los conceptos vistos en el aula, puedan mejorar su rendimiento (p.142).

Castañeda Apolo (2004) en su trabajo:

> Un acercamiento a la construcción social del conocimiento sobre el estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión, propone una visión incluyente las variables del tipo social y cultural que participan en la construcción del conocimiento, la investigación incorpora un estudio de la didáctica de antaño, recuperando la información matemática de los primeros libros de texto (para difusión del saber). Agrega un estudio de la matemática del problema en el que se discute, desde una perspectiva analítica, la construcción formal del punto de inflexión (p. 45).

Las nuevas realidades que la sociedad está experimentando, en áreas tales como el desarrollo de la industria, de los servicios, la globalización y la revolución de la calidad, la formación de profesionales de la Administración de Empresas, con una alta calificación y un gran sentido de responsabilidad social y regional, que estén en capacidad de llegar a ocupar cargos de máxima responsabilidad en el sector privado y público tanto local, regional o nacional, y que contribuya al desarrollo de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense, preparados para fundar y gerenciar sus propias microempresas.

Es por lo cual que este trabajo se orientara a la práctica de nuevos conceptos aprendidos donde se desarrollan los proceso de enseñanza aprendizaje de este tema, se enfatiza a las técnicas y estrategias necesarias para resolver los problemas aplicados, los cuales se relacionan con los negocios, la economía, la ciencias administrativas, los cuales están en nuestra vida cotidiana.

II. OBJETIVOS

2.1 Objetivo General:

Analizar las aplicaciones de la integral definida en la carrera de administración de empresas a su entorno profesional, lo cual le servirá como una herramienta que despertará habilidades y destrezas que el cálculo le confiere.

2.2 Objetivos Específicos:

Identificar la metodología de enseñanza de la integral definida utilizada por las y los docentes.

Clasificar los diferentes tipos de instrumentos aplicados, por las y los docentes en el proceso evaluativo de la enseñanza de la integral definida.

Diseñar una propuesta metodológica en la enseñanza de la integral definida utilizando entornos informáticos para la carrera de administración.

III. HIPOTESIS

La enseñanza de la integral definida para la carrera de administración de empresas, son pertinente en la formación de las y los estudiantes, lo cual le servirá como una herramienta que despertara habilidades y destrezas que el cálculo le confiere.

IV. MARCO TEORICO

Los procedimientos modernos, basados en la utilización de las matemáticas, que se aplican en administración de empresas surgen como consecuencia del desarrollo de la producción social, del progreso científico técnico y de la mayor complejidad que alcanzan los nexos económicos en la economía municipal, regional y nacional. Los métodos económicos matemáticos permiten hallar la solución óptima a muchos problemas económicos.

Es por lo que se inicia de elementos esenciales sobre la educación con el propósito de conceptualizar la integral definida como una técnica que le permita a las y los estudiantes resolver las aplicaciones a la economía, contabilidad, administración, con el fin de utilizarlos y de esta forma lograr entender la enseñanza de la integral definida, en las y los estudiantes de las carrearas de administración de empresa, que se desarrollan en nuestra universidad, ya que estos reciben la asignatura de Matemática Aplicada II, los cuales darán las pautas para la construcción de estrategias que permitan el logro de los objetivos previamente establecidos.

4.1 Educación

Según Alpizar Solano (2002):

> La educación surgió como producto de la necesidad inmediata, que tenían los seres humanos por transmitir a sus congéneres, los hábitos, las tradiciones, las costumbres y los conocimientos que de otra forma se perderían. En las sociedades antiguas, las pautas de caza y cuidado, los rituales, las experiencias y las historias, entre otras, quedaban registradas en la memoria colectiva, para ser reproducidas entre los demás, y así, fortalecer una identidad y una comunidad de los pueblos (p. 4).

La educación puede definirse como el proceso multidireccional mediante el cual se transmiten conocimientos, valores, costumbres y formas de actuar. La educación no sólo se produce a través de la palabra: está presente en todas nuestras acciones, sentimientos y actitudes, el proceso de vinculación y concienciación cultural, moral y conductual.

Así, a través de la educación, las nuevas generaciones asimilan y aprenden los conocimientos, normas de conducta, modos de ser y formas de ver el mundo de generaciones anteriores, creando además otros nuevos (Diccionario de Educación 2003, p. 90).

Etimológicamente Castillejo (1983) dice que:

> El término educación proviene de educare: conducir, guiar, orientar. Semánticamente también se le atribuye el significado de educare: hacer salir, extraer, dar a luz, lo que ha permitido tradicionalmente la coexistencia de los modelos conceptuales básicos, directivo o de intervención (educare) y de extracción o desarrollo (educare), que se conceptualizan en un modelo ecléctico que admite y asume a la educación como dirección y desarrollo a un mismo tiempo (p. 86).

Proceso de socialización formal de los individuos de una sociedad. La educación se comparte entre las personas por medio de nuestras ideas, cultura, conocimientos, entre otros. Respetando siempre a los demás. Ésta no siempre se da en el aula.

Gaviria y Colls, (2006):

> En síntesis, podemos considerar la educación, como la apropiación de saberes culturales organizados, como los conocimientos, creencias y actitudes que los grupos sociales consideran valiosos para su existencia y desarrollo ;completándose con la capacidad de crear y desarrollar la capacidad de gestionar la información, dándole sentido y significado a fin de desarrollar una serie de competencias que permitan al educando prepararlo para vivir en sociedad (p. 112).

4.2 Didáctica

Torres Hernán (2003) afirma que:

> La didáctica está destinada al estudio de todos los principios y técnicas válidas para la enseñanza de cualquier materia o disciplina. Estudia el problema de la enseñanza de modo general, sin las especificaciones que varían de una disciplina a otra. Procura ver la enseñanza como un todo, estudiándola en sus condiciones más generales, con el fin de iniciar procedimientos aplicables en todas las disciplinas y que den mayor eficiencia a lo que se enseña (p. 11).

La didáctica de las matemáticas es la ciencia que se interesa por la producción y comunicación del conocimiento la complejidad de los problemas planteados en la didáctica de las matemáticas, la enseñanza de la matemática es esencialmente un arte, la existencia de la didáctica como ciencia y reducen la complejidad de los problemas seleccionando (Brousseau Kieran 1998, p, 596).

La didáctica de la matemática debe tender hacia lo que Piaget denominó transdisciplinariedad lo que situaría a las investigaciones e innovaciones en didáctica dentro de las interacciones entre las múltiples disciplinas, (Psicología, Pedagogía, Sociología entre otras sin olvidar a la propia Matemática como disciplina científica) que permiten avanzar en el conocimiento de los problemas planteados.

4.3 Enseñanza

La enseñanza se define como un método de impartir los conocimientos adquiridos a través de los estudios realizados el proceso de enseñanza logra la idea de obtener un pensamiento lógico reversible capaz de descomponer las partes de un todo inicial (Diccionario LAROUSSE 1993, p. 406).

Las enseñanzas es el proceso mediante el cual se comunican se trasmiten conocimientos especiales o generales sobre una materia, el proceso de enseñanza tiene por objeto la formación integral de la persona humana, por medios diversos se enfoca de trasmitir el conocimiento.

4.4 Enseñanza constructivista

Básicamente puede decirse que el constructivismo es el modelo que mantiene que una persona, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de estos dos factores (Pérez Rafael 2002, p. 12).

En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, esta construcción se realiza con los esquemas que la persona ya posee (conocimientos previos), o sea con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea.

El constructivismo tiene como fin, que el alumno construya su propio aprendizaje, por lo tanto, el profesor, en su rol de mediador, debe apoyar al alumno para:

Enseñarle a pensar: Desarrollar en el alumno un conjunto de habilidades cognitivas que les permitan optimizar sus procesos de razonamiento.

Enseñarle sobre el pensar: Animar a los alumnos a tomar conciencia de sus propios procesos y estrategias mentales (metacognición) para poder controlarlos y modificarlos (autonomía), mejorando el rendimiento y la eficacia en el aprendizaje.

Enseñarle sobre la base del pensar: Quiere decir incorporar objetivos de aprendizaje relativos a las habilidades cognitivas, dentro del currículo escolar.

4.5 Enseñanza por competencia

Según Norma Lesbia Rivera (2006): competencia es el conjunto de comportamiento socios afectivos y habilidades cognoscitivas, psicológicas, sensoriales y motoras que permiten llevar a cabo adecuadamente un desempeño una función o una actividad (p. 132).

Se considera que la enseñanza por competencia es la capacidad para entender e interpretar y transformar aspectos importantes, de realidad personal social natural o simbólica, competencia también podríamos decir que es la combinación integrada de un saber, un saber hacer y un saber ser con los demás que se pone en acción para un desempeño adecuado en un contexto dado (Grajera de Paz, Marlene, 2007, p. 69).

4.6 Estrategias metodológicas

Según Hernández Sofía (2007):

> Las estrategia son herramienta fundamentales que los docentes deben tener en cuenta para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje" Las estrategias de enseñanza son proyecciones para la transformación del sujeto que parte del nivel de entrada o estado real ,al nivel de salida que condiciona todo el sistema de acciones entre docente y estudiante para alcanzar objetivos de máximo nivel, estas alternativas de enseñanza , son una opción entre dos o más variantes que puede planificar el docente para dirigir el aprendizaje de los estudiantes, partiendo de las características y posibilidades del contenido de la enseñanza y las condiciones concretas del contexto (p 29).

Las estrategias metodológicas como el conjunto de acciones metodológicas, que se planifican con el fin de lograr los objetivos establecidos, esto se refiere a las actividades que realizan los educandos, para asimilar el contenido tomando en cuenta las concepciones alternativas que poseen los jóvenes.

Las estrategias metodológicas están constituidas por una serie de métodos, técnicas y procedimientos que se emplean en las orientaciones y la ejecución en el proceso de enseñanza. Debe destacarse que no se trata de actividades sueltas, sino de una serie de acciones didácticas que se enlazan y permiten alcanzar un determinado aprendizaje esto permitirá el desarrollo en los estudiantes de su autonomía, capacidad, pensamientos actitudes de cooperación y solidaridad.

Es necesario que las estrategias metodológicas que se aplican en el aula propicien la creatividad y el pensamiento crítico dado que estos aspectos darán mayor autonomía al estudiante. Es importante reafirmar que el momento de seleccionar las estrategias metodológicas tienen en cuenta los objetivos por lograr el nivel de madurez de los estudiantes y contenidos para desarrollar.

4.7 Aprendizaje

Aprender es un cambio perdurable de la conducta o en la capacidad de conducirse de manera dada como resultado de la práctica o de otras formas de experiencias. El aprendizaje es un proceso mediante el cual un sujeto adquiere destrezas o habilidades prácticas, incorpora contenidos informativos o adopta nuevas estrategias de conocimiento o acción.

Aquí se recogen dos dimensiones: conocimiento y acción, pero falta la dimensión afectiva que también es aprendida. También se puede definir el aprendizaje como el proceso por el cual un organismo cambia su comportamiento como resultado de la experiencia (Méndez, J. 2002, p. 127).

4.8 Evaluación

En el transcurso de los últimos años, el tema de la evaluación ha alcanzado un protagonismo evidente hasta convertirse en uno de los aspectos centrales de discusiones, reflexiones y debates pedagógicos. ¿El motivo?... pocas tareas provocan tantas dudas, y contradicciones a los docentes, como las relacionadas con la evaluación y las actuaciones o decisiones asociadas a ella.

Evaluar no es una acción esporádica o circunstancial de los profesores y de la institución escolar, sino algo que está muy presente en la práctica educativa. Definir evaluación puede llegar a ser tan complejo como delimitar el número de autores, corrientes y teorías que lo han hecho. A modo de ejemplo y dentro de una extensísima producción bibliográfica sobre el tema:

Estimar cuantitativamente y cualitativamente el valor, la importancia o la incidencia de determinados objetos, personas o hechos (Forns, 1980, p. 108).

Medio que permite observar y describir con mayor precisión los aspectos cuantitativos y cualitativos de la estructura, el proceso y el producto de la educación. Su finalidad es facilitar una predicción y un control lo más exacto posible del proceso educativo (De la Orden, en Lafourcade 1977, p. 16).

Etapa del Proceso educacional que tiene por fin comprobar de modo sistemático en qué medida se han logrado los resultados previstos en los objetivos que se hubieran especificado con antelación (Lafourcade, 1977, p. 20).

Actividad valorativa e investigadora, que facilita el cambio educativo y el desarrollo profesional de los docentes. Su finalidad es adecuar o reajustar permanentemente el sistema escolar a las demandas sociales y educativas. Su ámbito de aplicación abarca no sólo a los alumnos, sino también a los profesores y los centros educativos (Nieto, 1994, p. 13).

Interpretación mediante pruebas, medidas y criterios, de los resultados alcanzados por alumnos, profesor y proceso de enseñanza-aprendizaje en la ejecución pormenorizada de la programación (G.Halcones, 1999, p. 11).

Se puede afirmar que es un proceso por medio del cual los profesores buscan y usa información procedente de diversas fuentes para llegar a un juicio de valor sobre las y los estudiantes o sistema de enseñanza en general o sobre alguna faceta particular del mismo.

En todo proceso de aprendizaje las y los docente debe considerar los siguientes momentos de la evaluación:

Evaluación inicial o diagnóstica: se realiza al inicio del curso o de una sesión educativa con el fin de conocer los conocimientos previos que trae el alumno y así orientar la profundidad y forma de desarrollar los contenidos.

Evaluación de proceso o formativa: permite hacer la retroalimentación respectiva, porque durante el proceso de aprendizaje se van identificando las limitaciones, avances y reajustes en el desarrollo del curso.

Evaluación final o sumativa: permite ver el logro de objetivos o competencias y determina la nota (cuantitativa o cualitativa) de aprobación o no del curso.

4.9 Los elementos básicos de la planificación didáctica

En esta etapa se abordarán los elementos básicos para la planeación didáctica.

Los objetivos: para que la planificación didáctica, se lleve a la práctica, se elaboran objetivos de muy diversos niveles de concreción: desde los del nivel de macroplanificación hasta los específicos de nivel de aula, propios del planeamiento didáctico.

Los objetivos reflejan y operan, en diversos niveles de concreción, las grandes intencionalidades educativas. Es decir, es mediante la elaboración de los objetivos que se concretan los propósitos o logros específicos que permitirían alcanzar los fines y objetivos generales que se propone el sistema educativo, como un medio para dar respuesta a las demandas educativas de determinada sociedad.

Si bien el nivel de concreción que le corresponde planificar al docente es el de aula, es fundamental que este se asuma en el marco de los niveles anteriores. Estos, obviamente, condicionan esta última especificación de los objetivos.

Por la naturaleza de la tarea docente, en este trabajo se profundizará en el análisis de los objetivos de aprendizaje. No obstante, es fundamental que todo docente conozca los fines y objetivos del nivel macro, que orientan el proceso educativo en el que ellos realizan el planeamiento didáctico.

En el momento de la elaboración del planeamiento, generalmente el docente recurre a los objetivos del año o curso explícitos en los programas de estudio, sin establecer la relación entre estos y los objetivos de área, de ciclo, y los objetivos y fines del sistema como globalidad. Es muy valioso considerar este asunto. Sin duda, la comprensión de este proceso de desagregación de objetivos permitirá a los docentes tener conciencia sobre el aporte que les corresponde dar en la formación de las personas que demanda la sociedad, a través de los fines y objetivos de nivel macro.

El análisis de congruencia entre los objetivos más específicos y los de nivel global permitirá a los docentes encontrar el valor más trascendente del proceso de planeamiento didáctico, puesto que en este análisis se descubren los logros específicos que permitirán llenar metas más elevadas. Un docente que logre internalizar esa trascendencia comprenderá el alcance de su tarea, más allá de los muros del aula y de la institución escolar.

De igual forma, el conocimiento de los objetivos del nivel macro permitirá, a una institución educativa y a su grupo de docentes, tomar decisiones en tomo a aspectos de esos objetivos generales que se desean enfatizar o fortalecer, a través de la práctica pedagógica en esa institución, y en la realidad concreta de las y los estudiantes.

En el momento del planeamiento didáctico, es básico preguntarse cómo pasar de los objetivos amplios (que reflejan intenciones educativas generales) a una serie de objetivos de nivel muy concreto (que orienten la práctica pedagógica). Es importante aclarar que en los documentos curriculares los objetivos de año, grado de las asignaturas, ya son una concreción de los objetivos generales.

En este punto, lo importante es que se recurra a esos objetivos de año, pues ellos constituyen el material básico para realizar un proceso de concreción en nuevos objetivos, cuyo nivel de especificidad dependerá del tipo de plan que se está elaborando: trimestral, semanal, diario. Estos objetivos explicitan los logros particulares que se espera alcancen los alumnos en un periodo determinado.

Una adecuada comprensión de las intencionalidades educativas permitirá decidir qué aspectos del desarrollo personal, qué elementos del desarrollo de las habilidades de pensamiento y qué contenidos específicos se consideran logros por alcanzar por parte de los alumnos. De igual forma, deberán tomarse decisiones sobre el nivel de concreción que se les va a dar a esos objetivos, la especificidad con que se incluirá en ellos el contenido, el tipo de organización que se les dará y la forma en que se redactarán.

En el enfoque constructivista, al plantear los objetivos, el énfasis se pone más en el proceso que en el resultado. Estos objetivos no expresan conductas fijas idénticas y predeterminadas.

Lo importante, en estas propuestas, es que los objetivos reflejan competencias o capacidades generales o globales. Si bien estos objetivos se concretan, en el momento, con un determinado contenido, se manifiestan con diversos matices en cada alumno o grupo de alumnos, y pueden posteriormente ser aplicados en situaciones nuevas y diferentes. El logro de esas capacidades o competencias es el objeto del aprendizaje, por considerar estas capacidades fundamentales para el desarrollo personal y social de cada alumno.

En estas posiciones constructivistas, los objetivos tienden a propiciar el desarrollo integral de los alumnos, al estimular su desarrollo individual (en lo cognitivo, en lo actitudinal o en lo valórico), su desarrollo físico y su desarrollo social (inserción en la vida social). Al plantearse objetivos de corte amplio, se espera que en ellos se logren incorporar integralmente elementos que, en su interactuar, atiendan las diversas dimensiones del desarrollo de la persona.

Interesa que en los objetivos se perciban los conocimientos, las habilidades, las destrezas y las pautas de comportamiento y de relación que acercarán a los alumnos al logro del tipo de persona que se desea formar, y que se perfila en la secuencia de objetivos planteados desde el nivel macro.

Es fundamental que los objetivos incluyan con precisión los contenidos objeto de aprendizaje (datos, hechos, conceptos, principios, actitudes, valores y aprendizajes procedimentales). Esta clarificación del contenido variará, obviamente, dependiendo del tipo de plan didáctico que se elabore (trimestral, semanal o diario). Se considera esencial que el docente comprenda que los objetivos le permiten definir lo que se pretende alcanzar durante el proceso de aprendizaje y que, si se perfila con precisión, constituye una excelente ayuda para relacionar los medios o recursos, y para tener referentes para realizar la evaluación.

En realidad, las clasificaciones deben ser vistas como un referencial que permite manejar diversos elementos en el momento de elaborar los objetivos que formarán parte de los diversos planes didácticos. Al elaborar los objetivos de aprendizaje, en la línea de rescatar el valor que posee una adecuada integración del contenido (información, habilidades, competencias o destrezas).

El aprendizaje de diferentes tipos de contenidos conlleva capacidades y competencias diferentes; estas se expresan en los objetivos, en lo formal, esencialmente en los verbos que se utilizan al redactar esos objetivos (Cesar Coll, 2003, p. 145).

¿Qué significa aprender hechos, concepto, principios, procedimientos, valores, normas y actitudes, y cómo reflejarlos en los objetivos didácticos?

Categoría 1	**Categoría 2**	**Categoría 3**

Hechos, conceptos procedimientos, valores, principios normas y actitudes.

Aprender **hechos o conceptos** significa que se es capaz de identificar, reconocer, describir y comparar objetos, sucesos o ideas. Aprender un **principio** significa que se es capaz de identificar, reconocer, clasificar, describir y comparar las relaciones entre los conceptos o hechos a que se refiere el	Aprender un **procedimiento** significa que se es capaz de utilizarlo en diversas situaciones y de diferentes maneras, con el fin de resolver los problemas planteados y alcanzar las metas fijadas	Aprender un valor significa que se es capaz de regular el propio comportamiento de acuerdo con el principio normativo que dicho valor estipula. Aprender una norma significa que se es capaz de comportarse de acuerdo con ella. Aprender una actitud significa mostrar una tendencia consistente y persistente.

Ejemplos de verbos que podrían utilizarse para introducir objetivos en las distintas categorías del contenido

Identificar, analizar, señalar, reconocer, inferir, resumir, clasificar, generalizar, aplicar, describir, comentar, distinguir, comparar, interpretar, relacionar, conocer, recordar, indicar, explicar, enumerar, determinar, entre otros.	Manejar, observar, confeccionar, probar, utilizar, elaborar, construir, simular, aplicar, demostrar, recopilar, presentar, planificar, experimentar, redactar, ejecutar, componer, construir, entre otros.	Comportarse (de acuerdo con), reaccionar a, acceder a, conformarse con, respetar, actuar, preocuparse por, tolerar, apreciar, inclinarse por, prestar atención, obedecer, valorar, demostrar una actitud solidaria, entre otros.

Como puede apreciarse en el cuadro anterior, es muy importante clarificar qué tipo de capacidad, de destreza, de habilidad de pensamiento o de competencia es adecuada para el aprendizaje de los diferentes contenidos. Esto permitirá determinar el alcance de los aprendizajes, y la forma en que esto se puede expresar a través de la selección del verbo adecuado.

Al momento de elaborar los objetivos, resultará muy valioso que los docentes recurran al cuadro anterior, como un referencial clarificador y orientador. Esto les ayudará a tener mayor precisión al decidir una determinada competencia o habilidad, para adquirir un tipo de contenido específico, y expresado con uno o varios verbos pertinentes.

Cuando se analizan los objetivos como elemento del planeamiento didáctico, Las y los docente, en las propuestas constructivistas, debe ser un constructor de su propia práctica; por tal motivo, se manejan líneas orientadoras, propuestas alternativas de modelos, etc., y no esquemas rígidos o modelos únicos y definitivos.

A manera de ejemplo, y sin carácter prescrito, puede observarse la forma en que se redactan los siguientes objetivos:

- Valore la importancia de la coexistencia de diversas formas de vida, y la necesidad de respetarlas y protegerlas como parte de la riqueza del país.

- Elaborar modelos de títeres con desechos, para representar personajes de historias y relatos tomados de textos literarios estudiados, y hacer presentaciones.

- Formular críticas a mensajes recibidos por los medios de comunicación social sobre problemáticas de actualidad como la violencia y la deforestación.

- Establecer relaciones entre el deterioro del medio ambiente provocado por la acumulación de basura y la salud de las personas de la comunidad.

- Aplicar la suma y la resta en la resolución de problemas relacionados con situaciones cotidianas.

- Comunicar sentimientos y actitudes positivas hacia la preservación y el disfrute de la paz y la democracia.

- Diferencien las ideas principales y las secundarias en textos narrativos y expositivos.

- Demuestro dominio de mis habilidades motoras finas, necesarias para escribir con una correcta caligrafía.

El Contenido: el segundo elemento esencial en el planeamiento didáctico es el contenido. Este, tal y como se mostró en el cuadro planteado con sustento en las ideas de César Coll, debe visualizarse en estrecha relación con los objetivos.

El contenido, como elemento del planeamiento didáctico, se ha puesto en los últimos tiempos en la picota. Han surgido diversas posiciones: desde las más extremas, que plantean este elemento como el núcleo y la esencia de las propuestas curriculares, hasta quienes asumen que este elemento no tiene importancia.

Para estos últimos, debe propiciarse otro tipo de objetivos, en términos de habilidades y destrezas por lograr, sin interesar el contenido que se ejercite con ellos.

Existe, también, una posición que reconoce la importancia del contenido y que destaca el papel de este elemento como medio para la ejercitación del proceso de pensamiento y el desarrollo de determinadas habilidades y destrezas. Las posiciones extremas, obviamente, han respondido también a determinados momentos o corrientes.

Los planteamientos academicistas tradicionales, que enfatizan el proceso de enseñanza-aprendizaje exclusivamente en la transmisión y acumulación de conocimientos, lógicamente dan el rol principal al contenido.

En una visión que se sustenta en las posiciones más constructivistas, por el contrario, se asume un proceso de revaloración del contenido, tendiente a reivindicar la importancia de este elemento. Esta posición característica de la mayoría de las propuestas curriculares actuales parte, eso sí, de una reconceptuación del concepto de contenido.

Se trata de ampliar el alcance del término contenido, a la vez que se retoma su función dentro del proceso de planificación y desarrollo de una propuesta pedagógica.

A pesar de la permanencia de esas posiciones tradicionales, ha surgido, como reacción crítica, una nueva opción, que emerge de una serie de estudios, investigaciones e interpretaciones de las recientes conclusiones a las que ha llegado la psicología (en especial la psicología del desarrollo y las teorías del aprendizaje): la posición constructivista.

Pretende esta posición centrar su núcleo de acción en el alumno, y en el desarrollo de sus posibilidades y potencialidades en lo personal y lo social. Se sustentan, en este punto, en teorías del desarrollo y del aprendizaje, principalmente en la piagetiana y la vigotskiana.

Las propuestas curriculares que se enmarcan en esta alternativa dan énfasis a la creatividad, al descubrimiento y a la construcción, como elementos esenciales en el proceso de aprendizaje. Así, señalan la preponderancia de la actividad del alumno en el proceso de construcción del conocimiento, y relativizan el valor de los contenidos por sí mismos.

Esta posición conlleva, también, una reconceptuación del papel del docente, que se perfila como un facilitador u orientador del proceso de aprendizaje, un mediador entre el contenido y la estructura cognitiva del alumno, tal y como se plantea en el libro Mapas Conceptuales, de Antonio Ontoria y otros (1995), en el que se afirma que:

> *El profesor es un mediador entre la estructura conceptual de la disciplina y la estructura cognitiva del estudiante. El profesor debe ser un facilitador de los aprendizajes del alumno, una de cuyas funciones consiste en proporcionar al alumno una selección de contenidos culturales significativos, además de unas estrategias cognitivas que permitan la construcción eficaz de nuevas estructuras cognitivas* (p.92).

Para comprender y manejar adecuadamente el contenido como elemento del planeamiento, es importante posicionarse en un punto que permita hacer converger ideas para analizar, por una parte, la interpretación constructivista del proceso de enseñanza y aprendizaje y por otra, la revaloración y reconceptuación de los contenidos como elementos que adquieren un papel decisivo en el proceso curricular.

En esta perspectiva, lo medular es, entonces, plantear el problema del contenido en términos de qué se enseña, cómo se enseña y cómo se aprende.

Para intentar dar respuesta a estas interrogantes, es esencial partir de una clarificación de lo que se entiende por contenido. Como se planteó en párrafos anteriores, se trata de asumir una conceptualización amplia del contenido, que

Se puede definir, al contenido por el conjunto de saberes o formas culturales cuya asimilación y apropiación por los alumnos y las alumnas se considera esencial para su desarrollo y socialización (Coll, 1992, p. 95).

Según Cesar Coll 1992:

> En la perspectiva de este autor, es importante destacar el hecho de que el desarrollo de los seres humanos se da siempre en un contexto social y cultural. Lo importante en este punto es que no se trata de una acumulación pasiva de conocimientos provenientes de un saber construido y organizado histórica y socialmente; proviene de una reconstrucción o reelaboración del saber, que efectúa el alumno mediante una actividad personal, que le permite desarrollarse como "individuo único e irrepetible" (p. 124).

4.10 Unidad de Didáctica

La unidad didáctica es el plan en donde el docente elabora una guía, insertando o articulando los pasos para lograr lo que se va a enseñar su forma de trabajo es sencilla y corta.

Al respecto nos dice Saturnino De La Torre (1995):

> Unidad didáctica (UD): Plan de acción docente donde del formador de carácter restringido que mantiene cierta homogeneidad como tratamiento didáctico; esto es, existe coherencia y articulación, impartiendo durante un periodo de tiempo corto. En cierto modo se corresponde por una unidad de trabajo. Es la unidad más simple de la planificación curricular (p. 287).

Atunes Plantea que: La unidad didáctica o unidad de programación será la intervención de todos los elementos que intervienen en el proceso de enseñanza aprendizaje con una coherencia metodologías internas y un periodo de tiempo determinado (Google 1992 p. 104).

4.11 La clase expositiva y interactiva

Amieva Rita (2004) nos dice que:

> El objetivo de la técnica expositiva y interactiva son la transmisión de conocimientos, ofrecer un enfoque crítico de la disciplina que conduzca a los alumnos a reflexionar y descubrir las relaciones entre los diversos conceptos, formar una mentalidad crítica en la forma de afrontar los problemas y la capacidad para elegir un método para resolverlos (p.25).

Cómo se aplica:

El primer paso es determinar claramente los objetivos. Después es preciso seleccionar los contenidos, tomando en cuenta el nivel y los conocimientos previos de los estudiantes, así como el tiempo del que se dispone para ofrecer la clase. Es importante adecuar el ritmo de aprendizaje a lo largo del curso según la dificultad de los diversos conceptos y principios.

Los contenidos no deben ser presentados de forma abstracta. Los estudiantes necesitan de manera especial ilustraciones y aplicaciones que los apoyen a relacionar un conocimiento nuevo con conocimientos y experiencias previas.

La introducción de la clase se debe plantear de manera que capte la atención, puede ser en la forma de preguntas o breve exposición de una problemática. Puede ser útil repasar brevemente lo expuesto los días anteriores y cómo se estructura la continuación de una forma lógica, ayudando a recordar en el punto en que se dejó la materia.

A partir de la introducción, se desarrolla la exposición. Es responsabilidad del docente mantener alto el nivel de atención. Un buen profesor hará uso de anécdotas y ejemplos ilustrativos y de ilustraciones visuales. O bien, trazará imágenes en el pizarrón que permitan a los alumnos seguir el argumento; asimismo variará el ritmo haciendo una pausa antes de pronunciar afirmaciones importantes, levantando la voz y hablando de modo más sobrio para dar énfasis.

El profesor debe atender otros aspectos, como son la comunicación verbal y no verbal, el cuidado de la voz, las pausas. Es decir, es indispensable prestar atención al nivel de comunicación que se produce en la clase, pues el profesor debe ser un buen comunicador.

No sólo la exposición oral tiene que ser prevista y organizada, sino también los apoyos visuales. Un grave error es que las diapositivas, Power point, o las láminas de acetato del proyector den imágenes demasiado pequeñas para ser vistas con claridad por la mayor parte de los estudiantes. El trazo de los dibujos en el pizarrón debe ser sencillo y las letras deben ser lo bastante grandes para poder leerse.

El docente debe terminar su exposición haciendo una síntesis en la que enfatice los aspectos sobresalientes de su intervención.

4.12 La integral

En cierta manera ya se ha familiarizado con las operaciones inversas la adición y la sustracción así como la multiplicación y la división además de la potenciación y la extracción de raíces es por eso que la derivación tiene su operación inversa denominada antiderivación, antidiferenciación, integración lo cual implica el cálculo de una antiderivada.

La antiderivación o integración es el proceso mediante el cual determina el conjunto de todas las antiderivada de una función dada el símbolo $\int$ denota la operación antiderivación se puede decir que una antiderivada de una función es simplemente una función cuya derivada es la función (Thomas, George 2006, p. 343).

$\int f(x) = F(x) + C$ Donde $F'(x) = f(x) + C$ y $d(F(x)) = f(x)dx$ la expresión $F'(x) = f(x) + C$ recibe el nombre de antiderivación general de una función f.

Gottfried Wilhelm Leibniz introdujo la convención de escribir la diferencial de una función ante el símbolo de antiderivación, cuando se calcula antiderivada mediante un cambio de variable:

$\int d(F(x)) = f(x) + C$, esta ecuación establece que cuando se antideriva la diferencial de una función se obtiene esa función más un constante arbitraria de este modo puede considerase que símbolo para antiderivación representa la operación inversa a la operación denotada por d, para calcular una diferencial.

Si $\{F(x)+C\}$ es un conjunto de todas las funciones cuyas diferenciales son $f(x)dx$, también es el conjunto de todas las funciones cuyas derivadas es $f(x)$ por lo tanto la antiderivación se considera la operación para determinar el conjunto de todas funciones que tiene una derivada dada.

Como la antiderivación es la operación inversa de la derivación, los teoremas de antiderivación se obtienen de los teoremas de diferenciación así los teoremas siguientes pueden a partir de los teoremas correspondientes de diferenciación.

Teorema 1:

$$\int dx = x + c$$

Teorema 2: establece que la antiderivada general del producto de una constante por una función es la constante por antiderivada general de la función: $\int a(f(x))dx = a\int f(x)dx$ Donde **"a"** es una constante.

Teorema 3: La antiderivada general de la suma de dos funciones es igual a las sumas de las antiderivada generales de las funciones considerando que ambas funciones está definida en el mismo intervalo para un número finitos de funciones.

Si f y g están definidas en el mismo intervalo entonces: $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$ Si f_1, f_2, f_3, f_n están definidas en el mismo intervalo entonces c_1, c_2, c_3, c_n son constantes.

Teorema 4: Si n es un número racional entonces:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \Leftrightarrow n \neq 1$$

En la integración por sustitución no todas las integrales pueden evaluarse en forma directa usando las integrales estándar muchas veces la integral estándar puede reducirse a una integral conocida mediante a un cambio de variable de integración tal método se conoce como sustitución y corresponde al regla de la cadena de la diferenciación (Edwin Purcell, 1992, p. 217).

Si $\int f(x)dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$

Si $F'(x) = f(x)$ se sigue que: Si $\int f[g(x)]g'(x)dx = F[g(x)] + C$ para cualquier función diferenciable $g(x)$ que no sea constante.

Teoremas de integración por sustitución:

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C(n \neq -1)$
2. $\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a}\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C \Leftrightarrow (a \neq 0, n \neq -1)$
3. $\int \frac{1}{x}dx = Ln|x| + C$
4. $\int \frac{1}{(ax+b)}dx = \frac{1}{a}Ln|ax+b| + C \Leftrightarrow (a \neq 0)$
5. $\int e^x dx = e^x + C$
6. $\int e^{ax+b}dx = \frac{e^{ax+b}}{a} + C \Leftrightarrow (a \neq 0)$

La integral definida $f(x)$ en el intervalo $[a,b]$ cuando el límite existe, de las sumas superiores e inferiores cuando el número de los puntos de la partición tiende al infinito.

Por lo tanto la integral definida de una función $f(x)$ en un intervalo $[a,b]$ será el área comprendida entre la gráfica de la función y el eje x, con signo positivo, si la función es positiva en todo intervalo y con signo negativo si la integral es negativa en todo intervalo.

Si $f(x)$es una función definida en intervalo cerrado $[a,b]$entonces, la integral definida de f de $[a,b]$ denotada por $\int_a^b f(x)dx$ esta dada por: $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\|\Delta\|\to 0} \sum_{i=1}^{n} f(w_i)\Delta_i x$ si el límite existe.

Teoremas de linealidad de la integral definida:

1. Si $a > b \wedge \int_a^b f(x)dx$, existe entonces $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

2. Si $f(a)$, existe entonces $\int_a^a f(x)dx = 0$

3. Si k, es cualquier constante entonces: $\int_a^b kdx = k(b-a)$

4. Si la función $f$es integrable en el intervalo cerrado $[a,b]$y si $k$es cualquier constante entonces: $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$

5. Si las funciones f y g son integrables en $[a,b]$ es $f+g$ integrable en $[a,b]$ por lo tanto: $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

6. Si la función f es integrable en los intervalos cerrados $[a,b]\,[a,c]\,[c,b]$entonces: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx = \int_c^b f(x)dx$ donde $a<c<b$

Entre las aplicaciones de la integral definida se utilizan en la economía para hacer modelos de situaciones de mercada se estudian las funciones de oferta y demanda.

El teorema fundamental del Cálculo: La integral definida de una función $f(x)$en un intervalo $[a,b]$está dada por la diferencia entre la primitiva de $f(x)$ evaluada en el punto b y la primitiva de $f(x)$evaluada en el punto a.Es decir, es la diferencia de la primitiva evaluada en los extremos del intervalo, este valor es siempre un número real. Si $f(x)$ es una función continua $[a,b]$entonces la función $A(x) = \int_a^x f(t)dt$ donde $a \le x \le b$ es derivable y verifica $A'(x) = f(x)$ para todo x del intervalo.

Demostración: Queremos calcular $A'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$

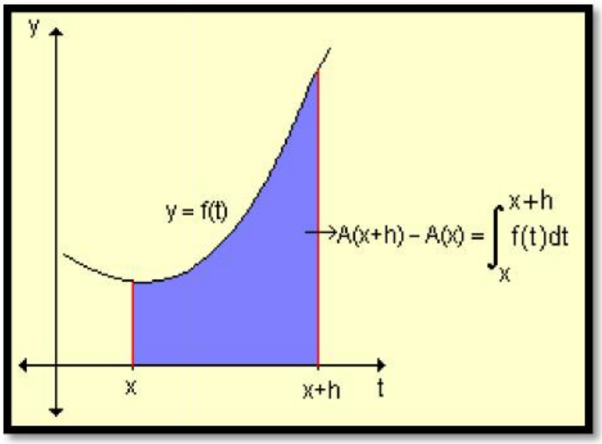
Pero según la definición de $A(x)$ resulta: $A(x+h) = \int_a^{x+h} f(t)dt \wedge A(x) = \int_a^x f(t)dt$

De aquí el numerador: $A(x+h) - A(x) = \int_a^{x+h} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt$ **Ecuación Nº1**

Por propiedades de la integral definida $\int_a^{x+h} f(t)dt = \int_a^x f(t)dt + \int_a^{x+h} f(t)dt$

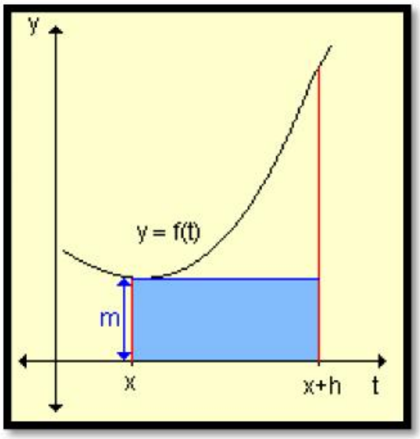
Reemplazando en **Ecuación Nº1**, surge $A(x+h) - A(x) = \int_a^x f(t)dt + \int_x^{x+h} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt$

Es decir $A(x+h) - A(x) = \int_x^{x+h} f(t)dt$ y por lo tanto: $A'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \int_x^{x+h} f(t)dt$ Si observamos el siguiente gráfico, vemos que:

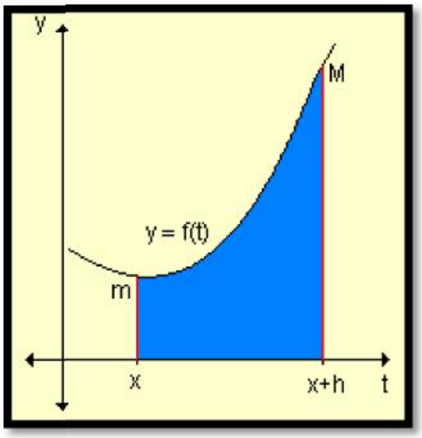


De aquí surge que si m es el mínimo valor y M es el máximo que toma la función en el intervalo $[x, x+h]$ el área de la región sombreada estará comprendida entre el área del rectángulo de base h y altura m, y el área del rectángulo de base h y altura M.

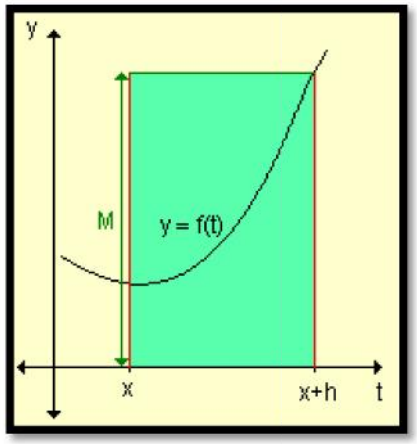
$$mh \int_x^{x+h} f(t)dt \leq Mh$$



El área sombreada es m



El área sombreada es



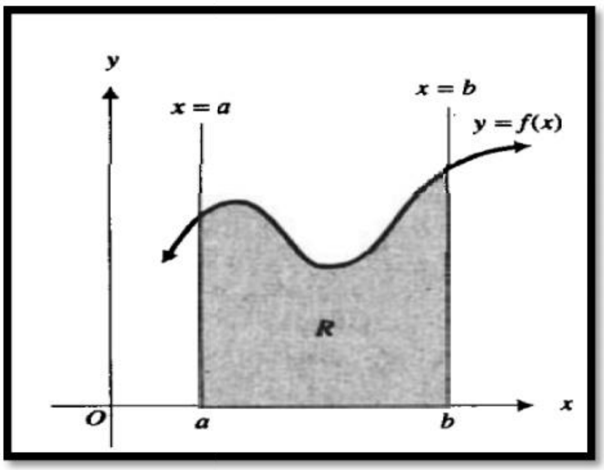
El área sombreada es M

Suponemos $h > 0$ (se demuestra de manera análoga para $h < 0$).

Dividiendo por h, resulta: $m \leq \frac{1}{h}\int_{x}^{x+h} f(t)dt \leq M$: Pero cuando $h \to 0$, el intervalo $[x, x+h]$ tiende a reducirse a un único punto x y por lo tanto los valores m y M tienden a $f(x)$. Por lo tanto: $A'(x) = \underset{h\to 0}{lím}\frac{A(x+h) - A(x)}{h} = \underset{h\to 0}{lím}\frac{1}{h}\int_{x}^{x+h} f(t)dt = f(x)$ Luego $A'(x) = f(x)$

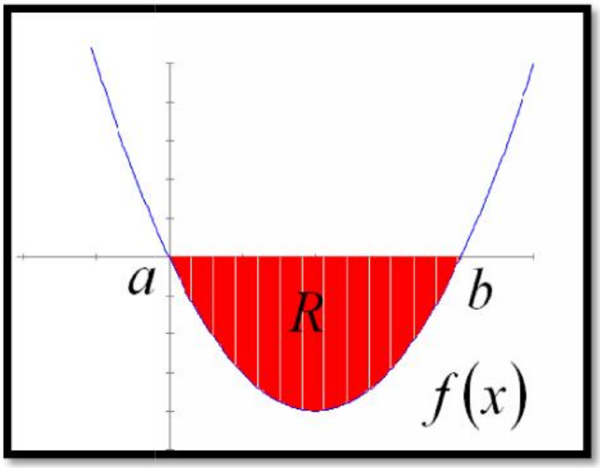
Teoremas de la Integral definida para el cálculo de áreas:

1. El área bajo una curva: Si $f(x)$ es continua y $f(x) \geq 0$ en el intervalo $a \leq x \leq b$ la región $\Re$ bajo la curva $y = f(x)$ entre $x = a$ y $x = b$ tiene un área: Área de Región: $A_{\Re} = \int_{a}^{b} f(x)dx$

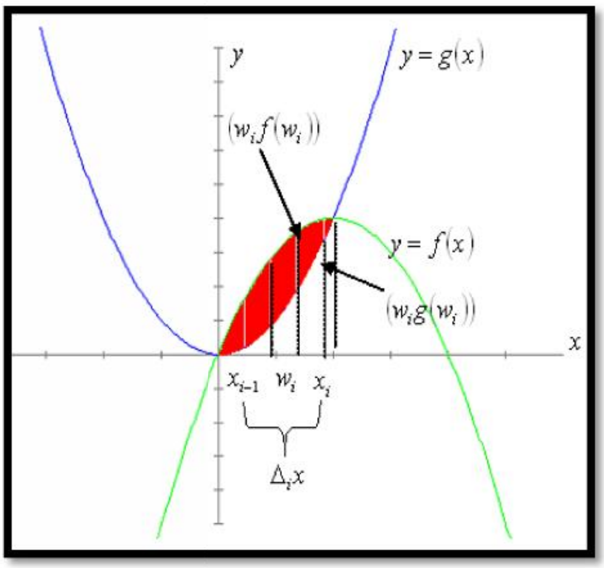


2. Sea $f(x) < 0$ para todo

x en el intervalo $[a,b]$ entonces cada $f(w_i)$ es un número negativo por lo que se define el número de unidades cuadradas del área región limitada por $y=f(x)$ el eje x y las rectas $x=a$ y $x=b$ como: $\lim\limits_{\|\Delta\|\to 0}\sum_{i=1}^{n}[-f(w_i)]\Delta_i x$ lo cual es igual a: $-\int_a^b f(x)dx$



3. La curva $y=f(x)$ está por arriba de la curva $y=g(x)$, se dibuja un elemento rectangular vertical de área, cuya altura es de $[f(w_i)-g(w_i)]$ unidades y cuyo ancho es de $\Delta_i x$ unidades la medida de este rectángulo está dado por $[f(w_i)-g(w_i)]\Delta_i x$. La suma de las medidas de las áreas de n rectángulo como este está determinado por la suma de Riemann: $\sum_{i=1}^{n}[f(w_i)-g(w_i)]\Delta_i x$ si A unidades cuadradas es el área de la región limitada entonces:



$A = \lim_{\|\Delta\| \to o} \sum_{i=1}^{n} [f(w_i) - g(w_i)]\Delta_i x$ y el límite de la suma de Riemann es una integral definida en consecuencia: $A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$

4.13 Entornos Informáticos

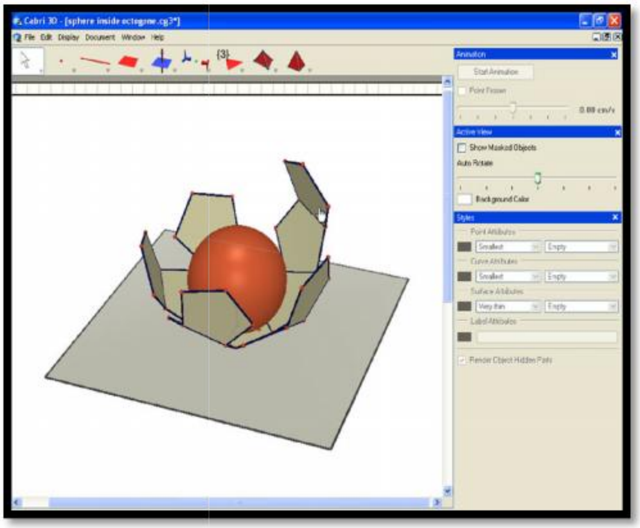
La sociedad actual, demanda cambios en los sistemas educativos de forma éstos se tornen más flexibles y accesibles, menos costosos y a los que han de poderse incorporar los ciudadanos en cualquier momento de su vida. Las instituciones de formación superior, para responder a estos desafíos, deben revisar sus referentes actuales y promover experiencias innovadoras en los procesos de enseñanza-aprendizaje apoyados en las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC).

Las nuevas corrientes pedagógicas, sugieren el propiciar en los estudiantes el desarrollo de sus habilidades cognitivas y metacognitivas como ayuda a su proceso de aprendizaje, éstas fijan su atención en los procesos mentales del individuo que aprende, y establecen los mecanismos mediante los cuales la información es recolectada, recibida, almacenada, localizada, procesada y autoregulada.

En el ámbito mundial, existe consenso en que el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), aplicadas a la educación, crea diferentes fisonomías y ambientes pedagógicos y en consecuencia influyen poderosamente en los procesos de enseñanza-aprendizaje dentro y fuera de la institución educativa.

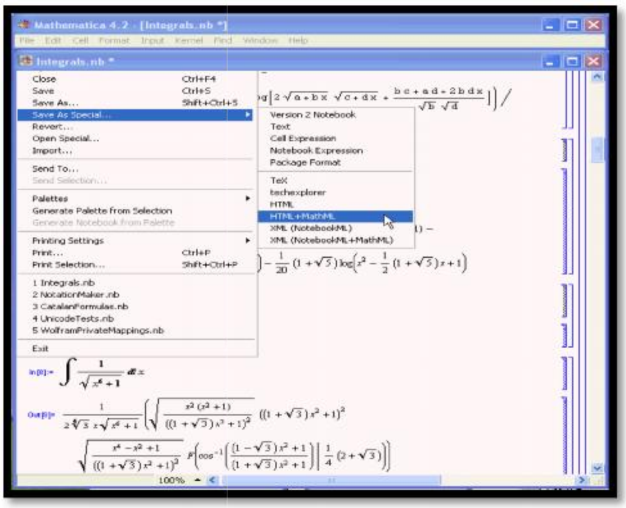
Los recursos computacionales como apoyo al proceso docente constituye un aspecto de prioridad en los programas educacionales de los países desarrollados, en nuestro país se concede gran importancia al desarrollo de programas educacionales. Aunque existen numerosos asistentes o paquetes matemáticos, para facilitar la realización de operaciones y procesos matemáticos entre estos cálculos gráficos, de funciones de dos o tres dimensiones, análisis estadístico análisis de sensibilidad en programación lineal, simulación de problemas, entre los programas para la enseñanza de la matemática más utilizados está:

CABRI GEOMETRE: es un paquete de cómputo de geometría dinámica interactiva en tiempo real. Permite hacer la geometría de una manera muy particular: el usuario puede animar una figura desplazándola o deformándola y el resultado se presentará inmediatamente en la pantalla de la computadora.



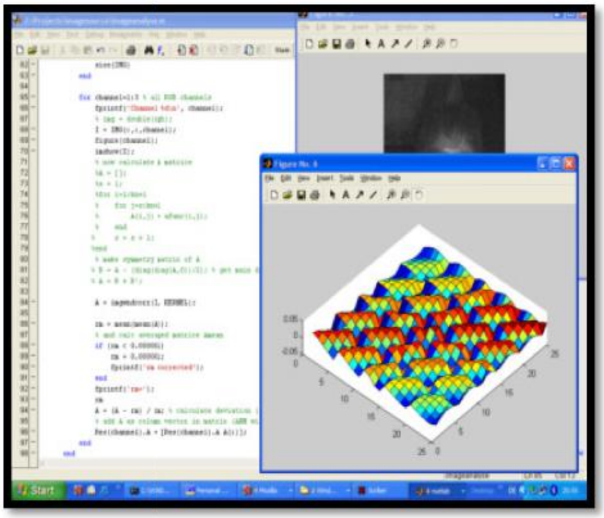
Esta libertad de movimiento permite rebasar los límites impuestos por el papel y el lápiz de la geometría tradicional. Es un medio de trabajo donde el estudiante tiene la posibilidad de experimentar con una materialización de los objetos matemáticos, de sus representaciones y de sus relaciones, de tal forma que los estudiantes puedan vivir un tipo de experimentación matemática que no es posible tener de otra forma.

MATHEMATICA: incluye un amplio rango de funciones matemáticas, soporta operaciones de álgebra lineal, realiza todo tipo de operaciones algebraicas, opera con funciones, derivadas e integrales y, entre otras muchas cosas, incorpora un módulo gráfico que tiene salida en formato. Mathematica es el primer programa para la computación y visualización numérica, simbólica y gráfica.



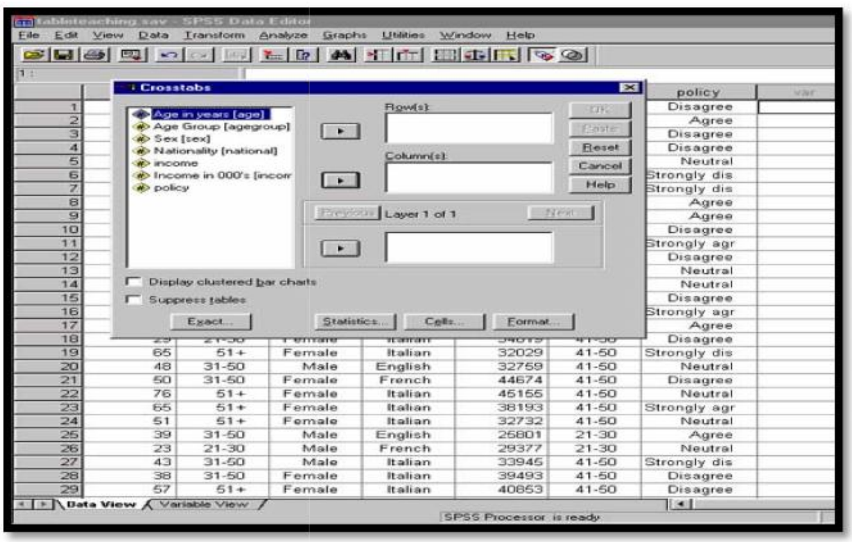
Mathematica ofrece a sus usuarios una herramienta interactiva de cálculo y un versátil lenguaje de programación para una rápida y precisa solución a problemas técnicos.

MATLAB: Matrix Laboratory (Laboratorio de Matrices), potente lenguaje de programación de cuarta generación. Es un programa interactivo que ayuda a realizar cálculos numéricos, analizando y visualizando los datos, para resolver problemas matemáticos, físicos, etc. Matlab trabaja con escalares, vectores y matrices.

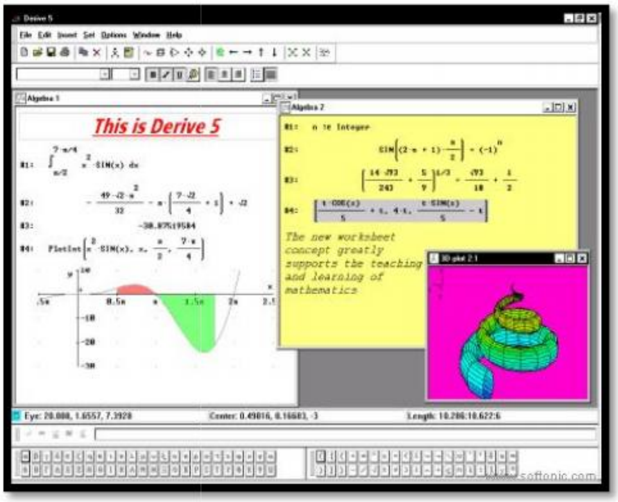


MATLAB es un medio computacional técnico, con un gran desempeño para el cálculo numérico computacional y de visualización. MATLAB integra análisis numérico, matrices, procesamiento de señales y gráficas, todo esto en un ambiente donde los problemas y soluciones son expresados tal como se escriben matemáticamente.

SPSS: se describe como un sistema de gestión de datos y análisis estadístico en entorno gráfico. Puede recibir datos desde cualquier fichero y utilizarlos para generar informes, tablas, gráficos de distribución y moda, estadísticas descriptivas y análisis estadístico complejo.

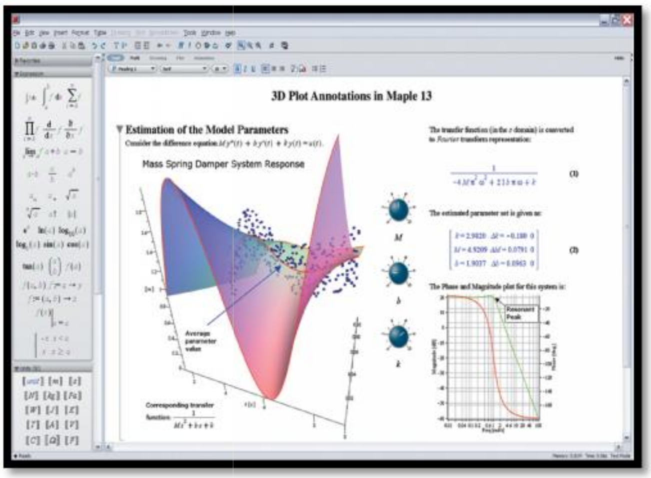


DERIVE: El Derive se utiliza para mejorar los resultados obtenidos con la metodología tradicional. Puede ser utilizado en la enseñanza de Álgebra Lineal y en el Cálculo Diferencial e Integral. En algunos casos, Geometría y Matemática Discreta.



El Derive es una potente calculadora, que puede ser aprovechada para motivar la introducción de nuevos métodos y conceptos; también para prevenir la fe ciega en el ordenador. (Ejemplos: discusión de sistemas con parámetros, diagonalización de matrices de orden superior a cinco para introducir métodos numéricos.)

MAPLE: es un programa matemático de propósito general capaz de realizar cálculos simbólicos, algebraicos y de álgebra computacional, también es un lenguaje de programación interpretado. Las expresiones simbólicas son almacenadas en memoria como grafos dirigidos sin ciclos.

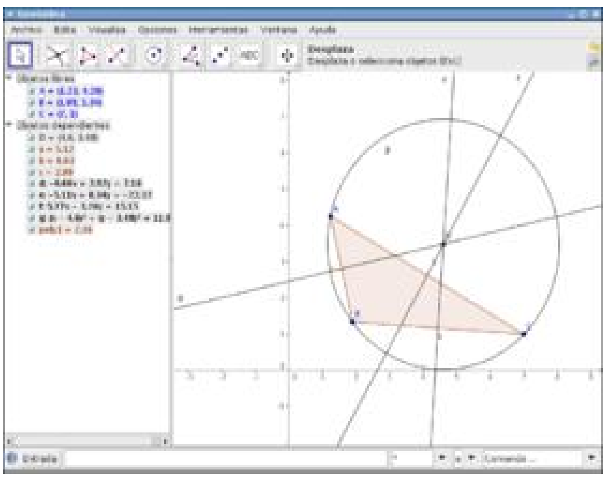


Fue desarrollado originalmente en 1981 por el Grupo de Cálculo Simbólico en la Universidad de Waterloo en Waterloo, Ontario, Canadá. Su nombre es una abreviatura o un acrónimo de la frase en Ingles Mathemathic Pleasure (Placer de las Matematices), también se debe a que Maple fue hecho en Canadá, cuya bandera tiene una hoja de arce (maple en inglés).

EXCEL: Microsoft Excel es un programa del tipo hoja de cálculo que permite realizar operaciones con números organizados en una cuadrícula. Es útil para realizar desde simples sumas hasta cálculos de préstamos hipotecarios en la cuales también operaciones matemáticas, científicas y operaciones con datos.

En Excel puede crearse una amplia diversidad de fórmulas, desde fórmulas que ejecuten una simple operación aritmética hasta fórmulas que analicen un modelo complejo de fórmulas. Una fórmula puede contener funciones, que son fórmulas predefinidas que ejecutan operaciones simples o complejas. Para ejecutar simultáneamente varias operaciones y que se genere uno o varios resultados, utilice una fórmula matricial.

GeoGebra es un software matemático interactivo libre para la educación en colegios y universidades. Su creador Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y lo continúa en la Universidad de Atlantic, Florida. GeoGebra está escrito en Java y por tanto está disponible en múltiples plataformas.



Es básicamente un procesador geométrico y un procesador algebraico, es decir, un compendio de matemática con software interactivo que reúne geometría, álgebra y cálculo -y por eso puede ser usado también en física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas.

En GeoGebra puede hacerse construcciones con puntos, segmentos, líneas, cónicas -a través del ingreso directo con el ratón o mediante instrucciones con el teclado-, y todo eso modificable en forma dinámica: es decir que si algún objeto B depende de otro A, al modificar A, también se actualiza B. Pero también pueden definirse funciones reales de variable real, calcular y graficar sus derivadas, integrales.

V. DISEÑO METODOLÓGICO

5.1 Tipo de investigación: Descriptivo. Según (Zamarrita J. 2007), Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Miden, evalúan o recolectan datos sobre diversos aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno a investigar. Desde el punto de vista científico, describir es recolectar datos (para los investigadores cuantitativos, medir; y para los cualitativos, recolectar información).

5.2 Dimensión: la dimensión del estudio es de corte transversal, correspondiente al primer semestre del año lectivo 2010.

5.3 Universo: el universo del estudio fueron las y los 46 estudiantes que estudiaban la carrera de administración de empresa en el III semestre 2010 así mismo las y los docentes que imparten asignatura de matemática aplicada II.

5.4 Criterios de inclusión de la muestra:

Para la selección de las y los estudiantes se consideraron los siguientes criterios:

- Que estudiaran en la Universidad de las Regiones Autónoma de la Costa Caribe Nicaragüense URACCAN.

- Que estuvieran en III semestre de la Licenciatura en Administración de Empresas.

Para la selección de docentes se consideraron los siguientes criterios:

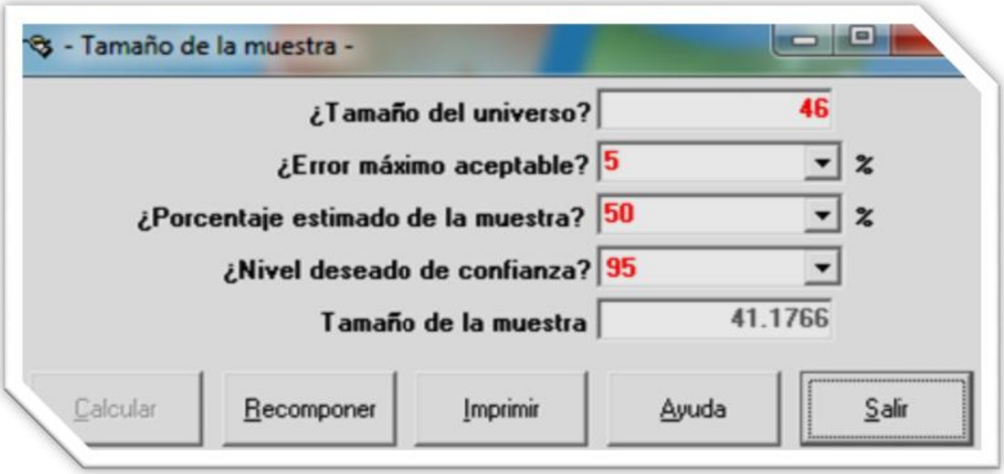
- Que fueran docente de Matemática.

- Que laboraran en la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense URACCAN e impartieran en el área de Ciencias Administrativa e Informática.

- Que fuera el coordinador del área de Ciencias Administrativa e Informática.

5.5 Población y muestra: La población para este estudio son las y los 46 estudiantes de administración de empresas, que están en el III semestre 2010, por lo que para calcular el tamaño de la muestra, la seleccionamos con el programa STAST sugerido por **Hernández, Fernández y Baptista (2006):**

Se estableció un nivel de confianza del 95% (Z= 1.96), un margen de error del 5 %, la probabilidad de ocurrencia o no ocurrencia sumará la unidad (que representa el 100 %) y utilizando la población de interés definida anteriormente aplicando software y se determinara el tamaño de la muestra.



Por lo cual la muestra para la realización de este trabajo es de 41 estudiantes del III semestre de las carreras de Administración de Empresas.

5.6 Unidad de análisis: Las y los estudiantes que estudian las carreras de Administración de Empresas en el III semestre del periodo 2010, docentes de Matemática y coordinación que laboran en URACCAN en el área de Ciencias Administrativa e Informática.

5.7 Delimitación y limitaciones del estudio: Este estudio de se realizó únicamente en el recinto universitario de Nueva Guinea RAAS, Nicaragua; específicamente con las y los estudiantes de las carreras Administración de Empresas.

Las limitantes para que la investigación no se realizara son que las y los estudiantes no se encontrarán en el municipio, o, que las y los estudiantes se rehúsen a contestar.

5.8 Fuentes básicas de información:

a. Fuentes primarias.- Información de las y los estudiantes y las y los docentes.

b. Fuentes secundarias**.-** Bibliográficas, estadísticas, hemerográficas.

Esta mención se realizó agrupando las fuentes por categorías (por ejemplo, libros, documentos, hechos o personas) y presentándolas en orden alfabético y con todos los elementos que permitieron su identificación completa.

5.9 Fases:

I. Elaboración de protocolo.
II. Aplicación de instrumentos para la recopilación de los datos.
III. Procesamiento de los datos.
IV. Análisis de los datos
V. Elaboración del documento final
VI. Comunicación de los hallazgos.
VII. Elaboración de la Unidad Didáctica

5.10 Técnicas e instrumentos: Las técnicas de recolección de información utilizadas son las siguientes:

Entrevistas estructuradas: Con preguntas abiertas a las y los docentes que imparten Matemática, Coordinador del área de Ciencia Administrativa, con el fin de determinar cuáles son las dificultades en la enseñanza de la Integral Definida que las y los docentes perciben en sus estudiantes.

Encuestas estructuradas: Dirigidas a las y los estudiantes, para que estos pudieran contestar de forma libre y sencilla.

Examen diagnóstico: Se aplicó a las y los estudiantes que respondieron la encuesta para explorar cuáles eran los conocimientos de la Integral Definida que estos tenían y si se encuentran acorde al nivel que estaban cursando y a sus respuestas en la encuesta.

Grupo focal: se aplicó a las y los estudiantes una serie de preguntas con respecto a la metodología durante el proceso de enseñanza de la Integral Definida.

Observación directa: A través de la cual se logro conocer, comprobar y recoger informaciones articulares y visuales de las y los estudiantes y docentes del tema estudiado.

Observaciones indirectas: Mediante este tipo de observación se pudo descubrir algunos factores que inciden en el aprendizaje de la Integral Definida, ya que los docentes y estudiantes actuaron de manera natural en el ambiente educativo.

Dialogo informal: Se utilizó para una compresión subjetiva de la realidad y establecer contacto y confianza con estudiantes y docentes, para ello no se formuló preguntas estructuradas, pues el diálogo fue de manera espontanea con docentes y estudiantes.

De esta manera los instrumentos y materiales utilizados para encontrar y procesar la información, fueron: toma de notas, lapicero, cuadernos, Libreta de Campo, grabadoras, cámara fotográfica, dispositivos USB, CD's computadoras, entre otros.

5.11 Procesamiento y análisis de la información: Para el procesamiento de la información se realizó a través de análisis estadístico utilizando el software Paquete Estadístico para las Ciencias Sociales en inglés Statistical Package for the Social Sciences (SPSS), STATS, así como el uso programas ofimáticos, en relación al análisis de cuadros se tomaron los datos idénticos de los mismos para que la información sea veraz y objetiva y que los resultados de la investigación no tenga sesgo alguno.

5.12 Ubicación: El trabajo de investigación se desarrolló en el sector urbano del municipio de Nueva Guinea (RAAS) y se aplicaron encuestas y entrevistas, guía de observación, grupo focal, dirigidas a las y los estudiantes, docentes, coordinación del recinto universitario que trabajan para URACCAN, siendo la población en estudio los estudiantes de III semestre de Administración de Empresas.

VI. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

"La educación matemática puede ser interpretada como parte de una lucha simbólica y es importante subrayar que una condición, para la compresión de lo que se lleva a cabo en este tipo de educación es no creer en nuestros propios ojos. Que parece suceder lo que no sucede y lo que sucede es difícil de ver" (Ole Skoksmose, 2002, p. 383).

Los problemas en la enseñanza de la integral definida –de acuerdo a conversaciones con profesores de más experiencia y comentarios de estudiantes de las ciencias económicas- son algo frecuentes y siempre presentes en las aulas. La complejidad de los procesos educativos y de la realidad social en la que están inmersos las y los estudiantes, las y los docentes, dificulta la comprensión del problema, ya que la enseñanza de la integral definida no puede entenderse aislado de todo el marco que lo rodea: cultura educativa, profesores, libros de texto y el ambiente familiar y social en el que se encuentran inmersos las y los estudiantes.

Las dificultades ante la enseñanza de la integral definida que presentan las y los estudiantes de administración de empresa, su desarrollo y atención en el aula ha sido el objetivo general de esta investigación. Observar y analizar la construcción del conocimiento matemático en el contexto universitario, la instrucción en el aula, el papel de la motivación, las capacidades y actitudes de las y los estudiantes.

Los datos a partir de los que se ha elaborado este informe son los recogidos de las observaciones, entrevistas, test diagnóstico, grupo focal, con el propósito de descubrir y analizar las principales dificultades que surgen en el proceso de enseñanza de la integral definida en las y los estudiantes de administración de empresa que ayudaron a tener una percepción de la situación actual de esta temática. Antes de realizar este test se recordó contenidos de la temática a evaluar, también se les informó que éste tenía un valor de 60pts, por lo que el test diagnóstico o evaluación realizada a las y los estudiantes fue una evaluación destinada a la deducción, *"A la demostración matemática del conocimiento adquirido, ya que la demostración es una sucesión coherente de pasos que, tomando como verdadero un conjunto de premisas llamado hipótesis, permite asegurar la veracidad de una tesis*" (*Godino J. D.* 1996, p. 313).

El primer ítem del test consistía en encontrar el límite por simple inspección, en los inciso "a" $\lim\limits_{x \to 3}(7x-4)$ y "b" $\lim\limits_{x \to 3}\frac{x^2-x-6}{x-3}$, el 100% de las y los estudiantes que se les aplicó el test, no presentaron problemas, ya que el este consistía en la descomposición de factores y la sustitución de la tendencia de la variable x , para encontrar el límite; pero en el inciso "c" $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ se presentó un caso donde el denominador de la función es un número racional, el cual para resolverlo se debe racionalizar, de las y los 41 estudiantes ninguno logró resolverlo. Por lo tanto esta situación didáctica nos permitirá que reforcemos en estas aplicaciones de límites, con objetivo de facilitar el aprendizaje en las y los estudiantes.

En el segundo ítem, las y los estudiantes desarrollaron la derivada aplicando la regla del producto $f' = (3x^2 - 5)(2x^4 - x)$ y la regla de la cadena en $f' = (2x^2 - 4x + 1)^{60}$ pero al querer aplicar la regla del cociente $f' = \frac{(3x-5)}{(x^2+7)}$ presentaron dificultades, por los que de las y los 41 estudiante ninguno realizó este ejercicio.

En el tercer ítem que era una aplicación del concepto de costo promedio y costo marginal, las y los estudiantes afirmaron que el contenido lo habían estudiado anteriormente, pero el problema implicaba una resolución extensa, por tanto decidieron no realizarla. En el cuarto ítem, con respecto a la integración $\int (x^4 + 3x)^{30} dx$ las y los estudiantes no realizaron esta integral que consistía en una integración por sustitución.

La evaluación diagnóstica es necesaria hacerla y darle seguimiento el intervalo de tiempo que daremos cumplimiento al programa o módulo, *"Es válido que exista una correspondencia y pertinencia de las fases de la diagnosis durante el transcurso de la etapa del proceso de enseñanza aprendizaje"*. (Bruner, 1964, p. 19). Rosales López (2009) afirma:

> Dentro de la diagnosis es importante que las y los docente tome en cuenta la participación del estudiante en el transcurso de los diferentes momentos del aprendizaje, se flexibilice a partir de su percepción, toma en cuenta el tiempo y posibles dificultades del mismo, es útil antes de pasar al nuevo tema hasta y esclarecer posibles dudas (p.149).

Si evaluáramos al docente por los resultados del test, tendríamos una conclusión a priori y no favorable. Obviamente este resultado nos evidencia que los estudiantes cursaron la asignatura de Matemática Aplicada II, pero eso no es garantía que puedan integrar y aplicarla a las ciencias económicas. Ahora bien al indagar en los educandos, estos afirman que el docente cumple su función de enseñar. Lo que sigue entonces es indagar cómo se está haciendo, tradicional o los aprendientes son constructores de su aprendizaje.

En la figura uno, se les pregunta a las y los estudiantes si “en la asignatura de Matemática Aplicada II, el docente explica, el 54 % de los encuestados aseveran que mucho, estos nos lleva a inferir que él o la docente hace la mayor parte en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es axiomático que él o la docente explica mucho, por expresarlo de otra forma lo suficiente, las y los estudiantes en tal caso deberían estar entendiendo los contenidos y apropiándose de los mismos.

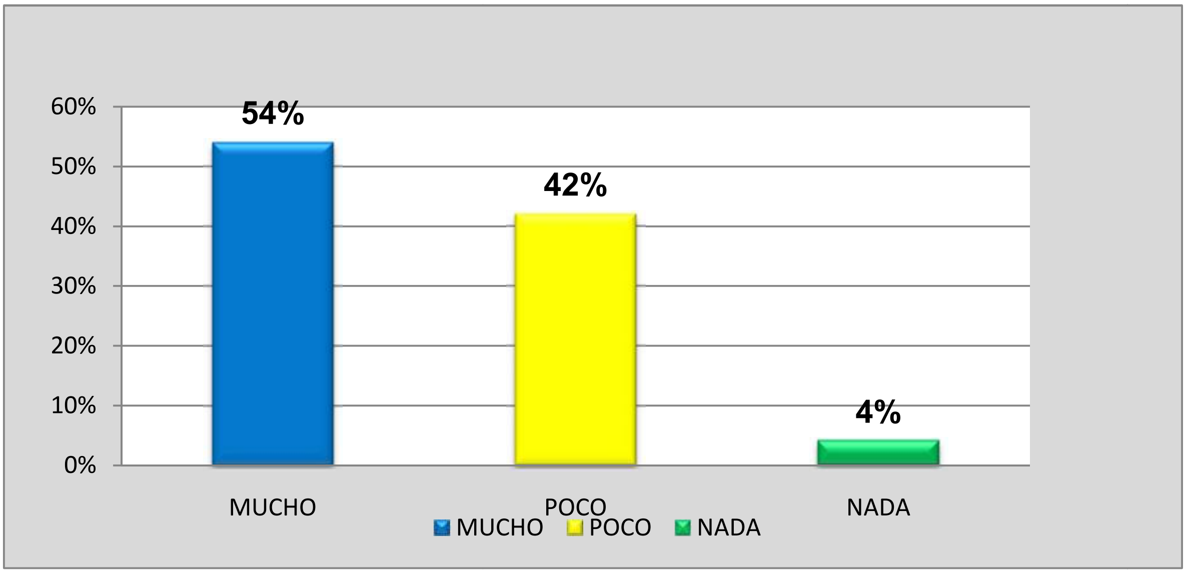


Figura N° 1: En la asignatura de Matemática Aplicada II

En la encuesta aplicada a los estudiantes acerca de las explicaciones de los docentes de matemática se preguntó: ¿Piensa que no le entiende a la asignatura de Matemática Aplicada II es por culpa de? ¿Piensa que no comprende el contenido de la integral definida, por qué? La información a estas interrogantes se presenta en la siguiente tabla:

Tabla de contingencia N° 1: ¿Piensa que no le entiende a la asignatura de Matemática Aplicada II es por culpa de? ¿Piensa que no comprende el contenido de la integral definida por qué?

		¿Piensa que no comprende el contenido de la integral definida por qué?				
		No le presté atención	El docente no explicó bien	No estaba motivado	Habían muchos distractores	**Total**
¿Piensa que no le entiende a la asignatura de Matemática Aplicada II es por culpa de:	Usted	**12%**	**0%**	**18%**	**7%**	**37%**
	Docente	**4%**	**4%**	**0%**	**2%**	**10%**
	Interrupción del medio	**12%**	**0%**	**7%**	**18%**	**37%**
	NS/NR	**7%**	**0%**	**7%**	**2%**	**16%**
Total		**35%**	**4%**	**32%**	**29%**	**100%**

Esta tabla muestra que 12% de las y los estudiantes encuestados opinan que no le entiende a la clase, esto se debe, a que no le presta atención al docente, por lo que conduce a la siguiente deducción que la mayoría de las explicaciones están siendo claras para las y los estudiantes, y cuando no lo son se debe a que ellos en gran medida no prestan la atención suficiente para comprenderlas, también podemos observar que las interrupciones del medio desequilibran el proceso de enseñanza de la integral definida.

De las y los 41 estudiantes encuestados se presenta que el 32% piensan que no comprenden el contenido de la integral definida, por que no están motivados; *"ya que el nivel de motivación está relacionado con el grado de compresión de las y los estudiantes, este manejo de elementos motivacionales no depende solo de la elección de la estrategia que utilizara la o él docente, sino también con la forma en que éste es presentado a las y los estudiantes" (J. de Lorenzo 2002, p. 131).* Aunque un 29% cree que hay muchos distractores, las y los docentes afirman que para solucionar este problema aplican nuevas estrategias a fin de alcanzar las metas propuestas.

Durante el proceso de observación de las clases el docente aplicó estrategias tales como: participación activa, trabajos en equipos, pruebas cortas, donde aplica un enfoque constructivista *"ya que el conocimiento debe ser construido o reconstruido por el propio estudiante que aprende a través de la acción, es decir del proceder activo en el proceso de aprendizaje",* (Girón, 1999 p.26)

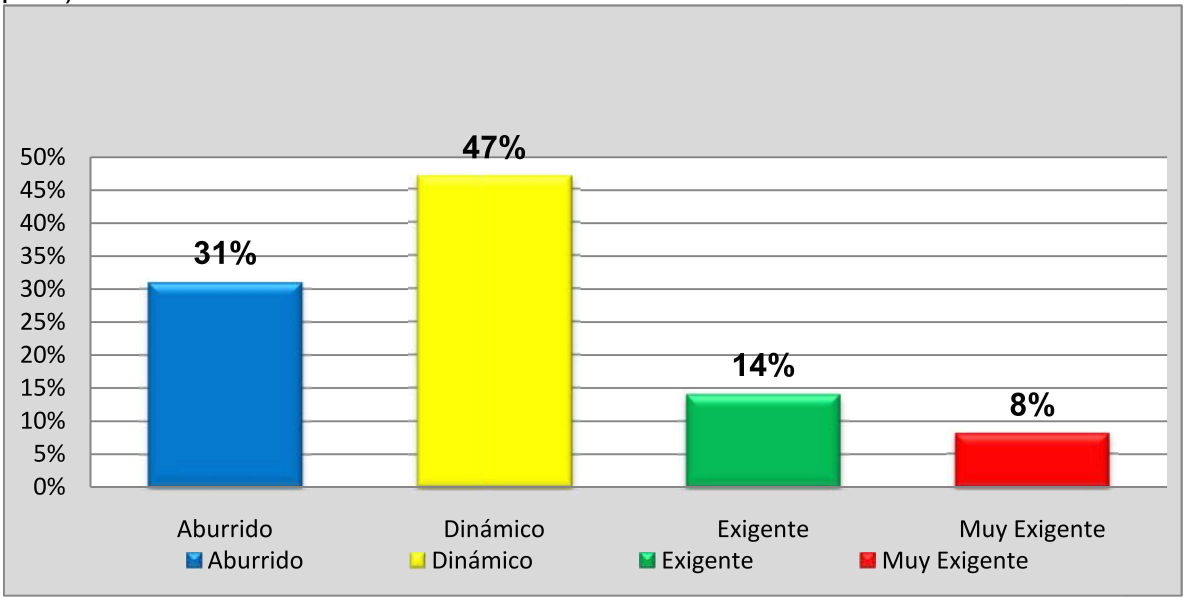


Figura N° 2: La o el docente de la asignatura de Matemática Aplicada II es:

Las y los estudiantes opinaron en dos formas diferentes, un 47% expresó que sus clases de matemática aplicada II en la temática de la integral definida, son dinámicas y el 31% afirmó que las clases son aburridas, dejando un porcentaje mínimo para clases exigentes.

Por lo que percibimos de las y los estudiantes que las clases dinámicas son participativas, la aplicación de dinámicas en el proceso de enseñanza nos permite una clase participativa ya que es una proceso reciproco, es decir, se alterna la o él docente y a las y los estudiantes teniendo el espacio para expresarse y desenvolverse libremente, en este tipo de estrategia aplicada en una clase nos permite un intercambio de experiencias entre las y los compañeros, el educador y el medio que los rodea, en fin brindan mucha libertad para que las y los estudiantes aprenda, de manera espontanea.

La inclinación que observamos hacia una descripción de las y los estudiantes de sus clases aburridas, podemos afirmar que en estas clases, no hay participación de las y los estudiantes, a partir de esta percepción de la conducta intelectual y socioafectiva de las y los estudiantes, apreciamos que la planificación de clases estilo únicamente conferencia, con poca práctica del contenido, clases cargadas de muchos contenidos en una sola sesión, tiende a ser agotaras y aburridas. Es por lo cual los docentes impulsan estrategias, como es la atención individual dentro de la diversidad de los estudiantes, pero también ha dado resultados positivos la interacción por pareja.

En la observación de clases de la temática de la integral definida, se constató el uso de medios audiovisuales por parte del docente, tales como el proyector (Data show), y también la clase estuvo motivada por aplicaciones vinculadas a la economía.

Se obtuvieron datos de la encuesta aplicada a las y los estudiante a partir de las preguntas: ¿Le gustaría que ya no se impartiera el contenido de la integral definida? ¿Cree que el contenido de la integral definida le servirá en su vida futura?, en la siguiente tabla se muestra que:

Tabla de contingencia N° 2: ¿Le gustaría que ya no se impartiera el contenido de la integral definida? ¿Creé que el contenido de la integral definida le servirá en su vida futura?

		¿Creé que el contenido de la integral definida le servirá en su vida futura?				
		Mucho	Poco	Nada	NS/NR	**Total**
¿Le gustaría que ya no se impartiera el contenido de la integral definida?	SI	**7%**	**10%**	**2%**	**0%**	**19%**
	NO	**22%**	**14%**	**7%**	**0%**	**43%**
	NS/NR	**17%**	**7%**	**7%**	**7%**	**38%**
Total		**46%**	**31%**	**16%**	**7%**	**100%**

De los 41 estudiantes encuestados, el 19% de las y los estudiantes afirma que ya no le gustaría que se impartiera este contenido, pero un 43% afirma que le gustaría que se impartiera este contenido.

Se puede visualizar que el 43% de las y los estudiantes le gustarían que se siga impartiendo este contenido porque del 43% un 46%, cree que el contenido de la integral definida le servirá para su vida futura. Podemos apuntar que las y los docentes durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la integral definida, están en los diferentes contextos que se puede representar la integral definida, porque su área de aplicación es amplia, pero se puede trasladar al área de estudio de las y los estudiantes de administración de empresa.

Durante el periodo que hemos realizado la observación del proceso de enseñanza aprendizaje de la integral definida, se refleja que la o el docente relaciona el área de formación de las y los estudiantes, con las aplicaciones de la integral definida, esto permite que el curso de la integral definida, adquiera una mayor compresión en las y los estudiantes.

Con la afirmación de las y los estudiantes en el intervalo de 19%-31% que no le gustaría que se impartiera este contenido y que la integral definida no le servirá para la vida, es aquí que el proceso de enseñanza debe enfatizar con los contenidos adecuados, al área de estudio de las y los estudiantes.

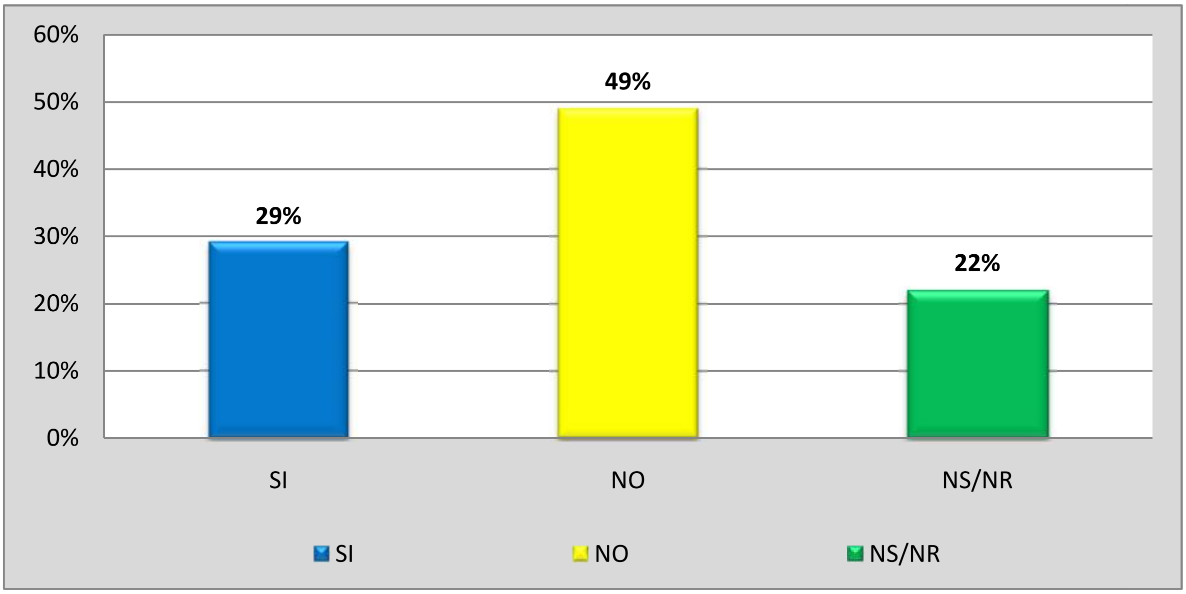


Figura N° 3: ¿Sabe para qué se utilizan la integral definida?

En este acápite los encuestados expresaron: que un 49% no saben para qué se utiliza la integral y un 29% aprecia que la utilidad de la integral definida está dado en varias etapas de la vida, porque lo que se puede enunciar que el 71% de las estudiantes no saben para que se utiliza esta herramienta del cálculo integral, los docentes manifiestan que a pesar de utilizar diferentes estrategias durante la enseñanza de la integral definida y sus aplicaciones si las y los estudiantes no dominan los conceptos económicos estos no podrán entender la importancia de esta temática, en tanto en el proceso de observación de la clase, percibimos que la o el docente realizó diversas estrategias para que los estudiantes comprendieran esta parte del cálculo, donde se conocieron aplicaciones sobre los conceptos de la oferta y la demanda, superávit de consumidor y del productor, proyección de ingresos y egresos, costos, ganancias.

La figura número 4, nos muestra las estrategias impulsadas por los educadores.

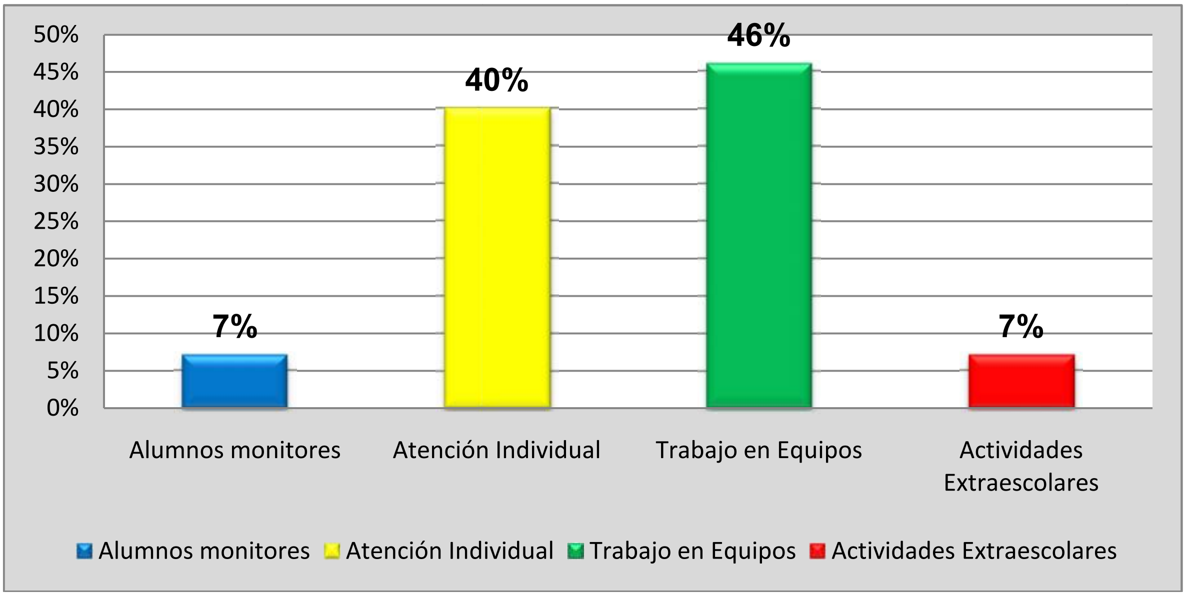


Figura N° 4: La o el docente que imparte la asignatura de Matemática Aplicada II, en la temática de la Integral Definida, hace uso de alguna de las siguientes estrategias.

Los estudiantes que fueron parte de este trabajo investigativo expresaron que el docente que impartió la asignatura de Matemática Aplicada II, en la temática de la integral definida hace uso de las siguientes estrategias: donde un 46 % de trabajos en equipos, un 40% opina que atención individual y un 14% entre alumnos monitores y actividades extraescolares, lo que desde esta perspectiva es aceptable en términos generales.

Se puede afirmar que las y los docentes utilizan los trabajos en equipos ya que las y los estudiantes reflexionan sobre las distintas formas de abordar los problemas de aplicación de la integral definida para alcanzar el aprendizaje, el trabajo en equipo le permite alcanzar la participación activa de las y los estudiantes en la clase.

El docente durante el desarrollo de una actividad con estas estrategias, plantea situaciones de choques cognitivos entre los estudiantes para tomar en cuenta los aspectos cognoscitivos, procedimentales y actitudinales. Los resultados de esta experiencia que son muy formativos y aportan a la toma de decisiones en el aula. De lo anterior se aprecia que el docente practica esta fase a través de los trabajos en equipos y la atención individual.

Los resultados que se muestran en la siguiente figura, cree que el contenido de la integral definida, le servirá en su vida futura, donde el 50% por ciento opinan que el aprendizaje de estos conocimientos le servirá mucho, esto se debe que las y los estudiantes tienen muchas expectativas en el futuro, debido a las aplicaciones que conocieron en el proceso de enseñanza trasmitida por el docente, mientras que la diferencia 48% no está en sus planes hacer uso de esta clase, porque sólo estudia para las áreas especificas de la carreara de administración de empresas y el contenido lo ve como un requisito impuesto para aprobar la asignatura.

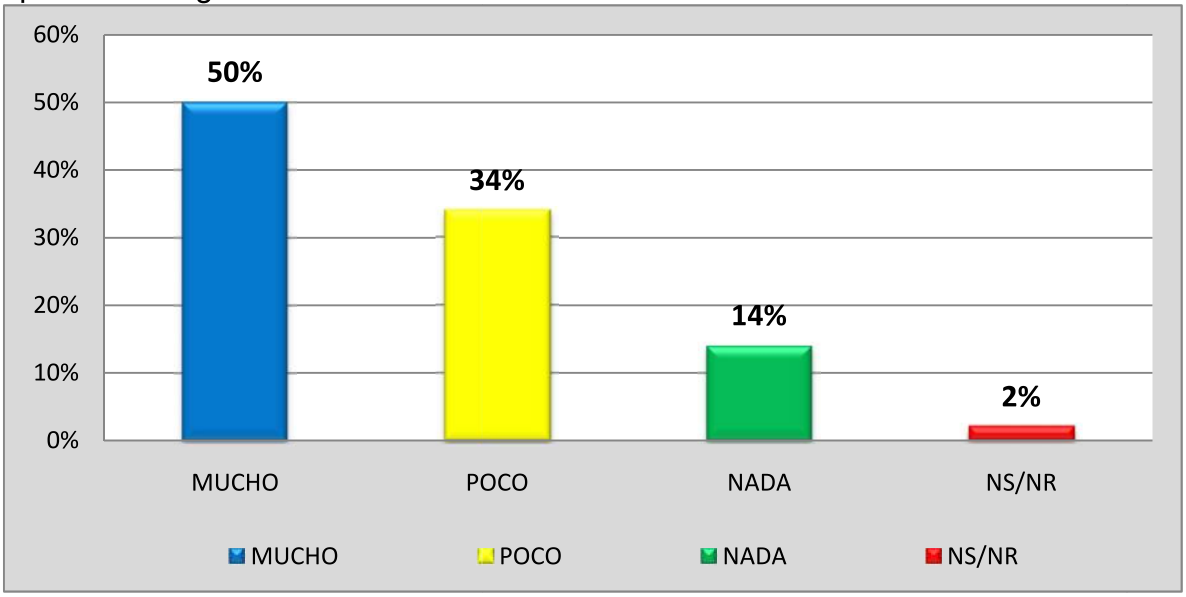


Figura N° 5: ¿Creé que el contenido de la integral definida le servirá en su vida futura?

Al indagar si los educandos realizan las tares asignadas por los y las facilitadores, la figura número 6 nos ilustra sus respuestas.

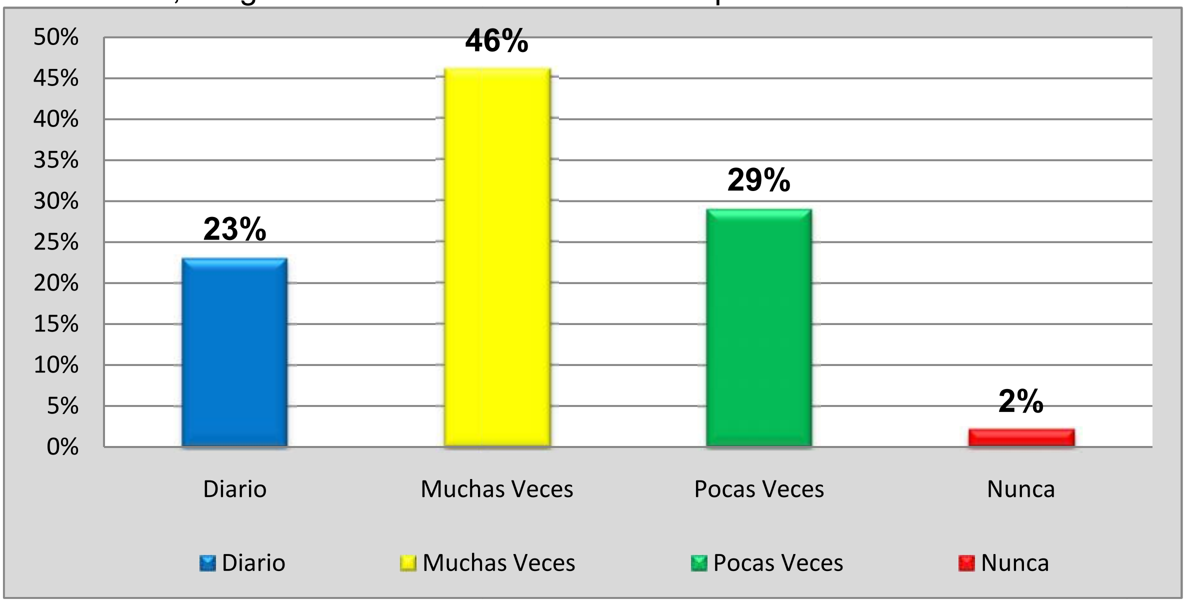


Figura N° 6: ¿Usted realiza las tareas o trabajos asignados por la o el docente de la asignatura de Matemática Aplicada II?

Lo que se obtuvo en esta parte de la investigación es que: el 23% de las y los estudiantes encuestados afirman que la hacen a diario, lo que es una atractiva manera de adquirir conocimientos, ya que las tareas se dejan con el propósito de que las y los estudiantes puedan llegar a comprender el contenido y esto le permite en la próxima clase, poder comentar el contenido, y así el docente pueda desarrollar los presaberes de las y los estudiante, al hacer preguntas claves o generadoras de conceptos e ideas varias sobre la interrogante de una tarea asignada.

Un 46%, contestaron que muchas veces realizan las tareas, cuando menciona "Muchas Veces", esto puede oscilar entre hacerla cuatro veces o realizarla solamente una vez a la semana. Por lo que podemos especificar que la frecuencia de veces que la hace ó sólo que la realiza, pero consideramos que es un gran comienzo realizarla, esto nos ayudara a presentar, algunas alternativas o medidas para mejorar el aprendizaje del estudiante, facilitando la comprensión del tema de clase a desarrollar.

La realización de la tarea es muy importante, ya que sabemos que está circunstancia nos traerá consecuencias en la asimilación de los contenidos y puede llegar a perjudicar de manera inminente en la enseñanza de los contenidos posteriores, por lo que se les preguntó también su lugar de procedencia y se realizó una tabla de contingencia con la pregunta ¿Usted realiza las tareas o trabajos asignados por la o el docente de la asignatura de Matemática Aplicada II?

Tabla de contingencia N° 3: ¿Usted realiza las tareas o trabajos asignados por la o el docente de la asignatura de Matemática Aplicada II? Lugar de Procedencia.

		¿Usted realiza las tareas o trabajos asignados por la o el docente de la asignatura de Matemática Aplicada II?				
		Diario	Muchas Veces	Poca veces	Nunca	**Total**
Lugar de Procedencia:	Área urbana de Nueva Guinea	**21%**	**39%**	**24%**	**2%**	**86%**
	Área rural de Nueva Guinea	**2%**	**7%**	**5%**	**0%**	**14%**
Total		**23%**	**46%**	**29%**	**2%**	**100 %**

Donde se puede observar que el 86% de los 41 estudiantes encuestados son del área urbana de Nueva Guinea y el 14% que es la diferencia del área rural de Nueva Guinea, por lo tanto podemos afirmar que el problema está en los y los estudiantes del área urbana de Nueva Guinea.

Como se ha afirmado anteriormente la importancia de realizar la tarea es elemento crucial para la formación de los futuros graduados y una responsabilidad de los mismos según el modelo pedagógico de nuestra Alma Mater y además demanda una actitud crítica, analítica y capacidad investigativa (URACCAN, 2004,

P. 19), la figura 7, nos ilustra el grado de cumplimiento de las asignaciones por nuestros encuestados.

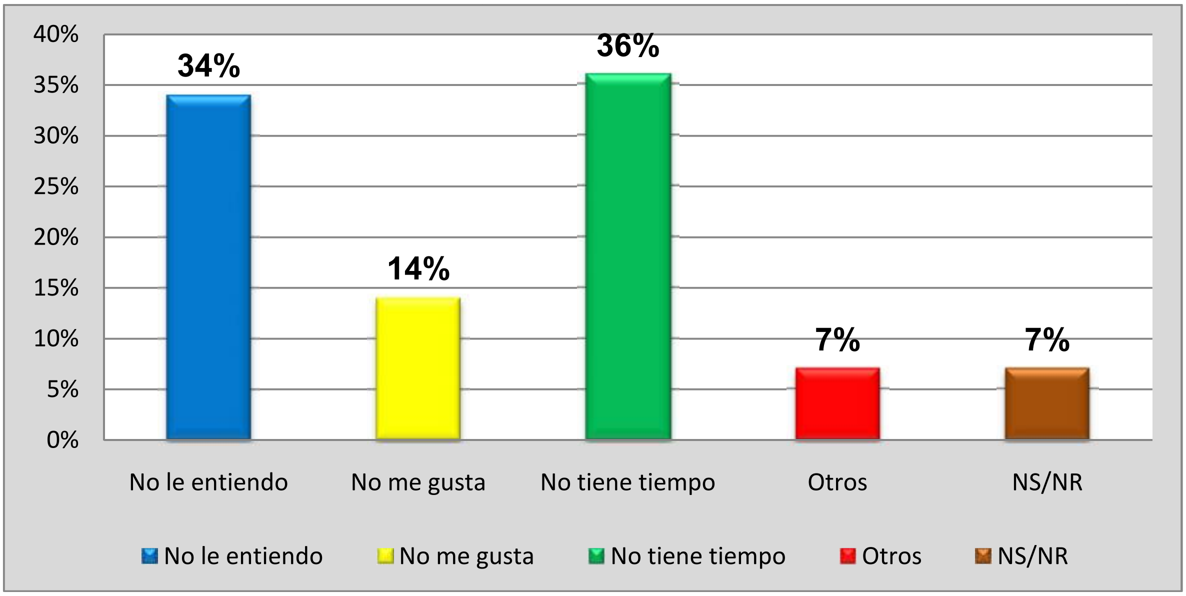


Figura N° 7: El motivo de no realizar la tarea es porque:

Al docente se le pueden presentar las siguientes situaciones, la primera de ellas que representa el 36% de los estudiantes encuestados, es que los estudiantes el motivo de no realizar las tareas es porque no tienen tiempo, un 34% afirma que no realiza las tareas por que no le entiende al contenido, mientras 14% manifiesta que no le gusta realizar tareas mientras que el restantes de los estudiantes no realizan las tareas.

Consideramos que por medio de las tareas se van midiendo el grado de conocimientos, desde la perspectiva pedagógica se puede entender que este tipo de evaluación es un proceso que persigue el aprendizaje en la enseñanza de la integral definida, al observar una de la clases desarrolladas, logramos apreciar que el docente toma en cuenta la tarea como evaluación al inicio su sesión, como un referente para lograr sus objetivos.

El 36% de las y los estudiantes que no realizan las tarea, contestaron que el motivo de muchas veces no realizar las tareas, está a derredor del trabajo, las responsabilidades familiares todo ello vinculado con la crítica situación económica, de pobreza y pobreza extrema que con su manto fúnebre ha cubierto por largos años a los habitantes de las remotas comunidades de la Costa Caribe nicaragüense, en nuestro caso particular la Región Autónoma de la Costa Caribe Nicaragüense (RAAS), es porque no tienen tiempo, en la mayoría de los casos las y los estudiantes porque trabajan.

El 34%, que manifiesta que no le entiende al contenido de la integral definida, esto quiere decir que el docente tiene que aplicar nuevas estrategias de aprendizaje para poder desarrollar el contenido y así alcanzar un aprendizaje significativo, pero durante el proceso de observación se vio que el docente está actualizado y motivado en el desarrollo de las aplicaciones de integral definida en las ciencias administrativas, como maximización de utilidades, valor presente de ingresos continuos, superávit del consumidor y del productor, costos de transporte, costo de producción, distribución de fondos, ventas al por menor.

Al preguntar a las y los estudiantes, ¿Recibe ayuda para realizar la tarea de algunos de los familiares? ¿Le gusta estudiar la asignatura de Matemática Aplicada II?, las respuestas los podemos observar en la siguiente tabla de contingencia:

Tabla de contingencia N° 4: ¿Recibe ayuda para realizar la tarea de algunos de los familiares? ¿Le gusta estudiar la asignatura de Matemática Aplicada II?

		¿Le gusta estudiar la asignatura de Matemática Aplicada II			
		Mucho	Poco	Nada	**Total**
¿Recibe ayuda para realizar la tarea de algunos de los familiares?	SI	**5%**	**5%**	**7%**	**17%**
	NO	**24%**	**32%**	**20%**	**76%**
	NS/NR	**0%**	**7%**	**0%**	**7%**
Total		**29%**	**44%**	**27%**	**100%**

La vinculación de estas variables muestra que el 17% de las y los estudiantes encuestados recibe ayuda para realizar tarea de algunos de los familiares, mientras que el 76% manifiesta que no recibe ayuda para realizar la tarea por lo que, algunos familiares no tienen el tiempo o no lo desocupan para poder ayudarles en las actividades que se le asignan en el asignatura de Matemática Aplicada II, esto es una causa que desmotiva a las y los estudiantes, puesto que miran que sus familiares no se interesan en su aprendizaje sea bueno o malo, y no le dan ánimo para obtener buenas calificaciones y mejorar su rendimientos académico.

La ayuda de los padres no puede consistir sólo en sentarse a explicarle la solución de los ejercicios, sino que también pueden ayudar buscándole a otra persona capacitada intelectualmente para explicarle. Otra manera muy significativa de ayudar es motivándolo a realizar las tareas el solo e interesándose por su aprendizaje.

En relación a uso de tecnología de la información y comunicación no fue un factor negativo ya que únicamente el 36% de las y los estudiantes opinan que el docente no usa medios tecnológicos, mientras que el 62% afirma que en la temática de la integral definida el docente hace usos de programas computarizados.

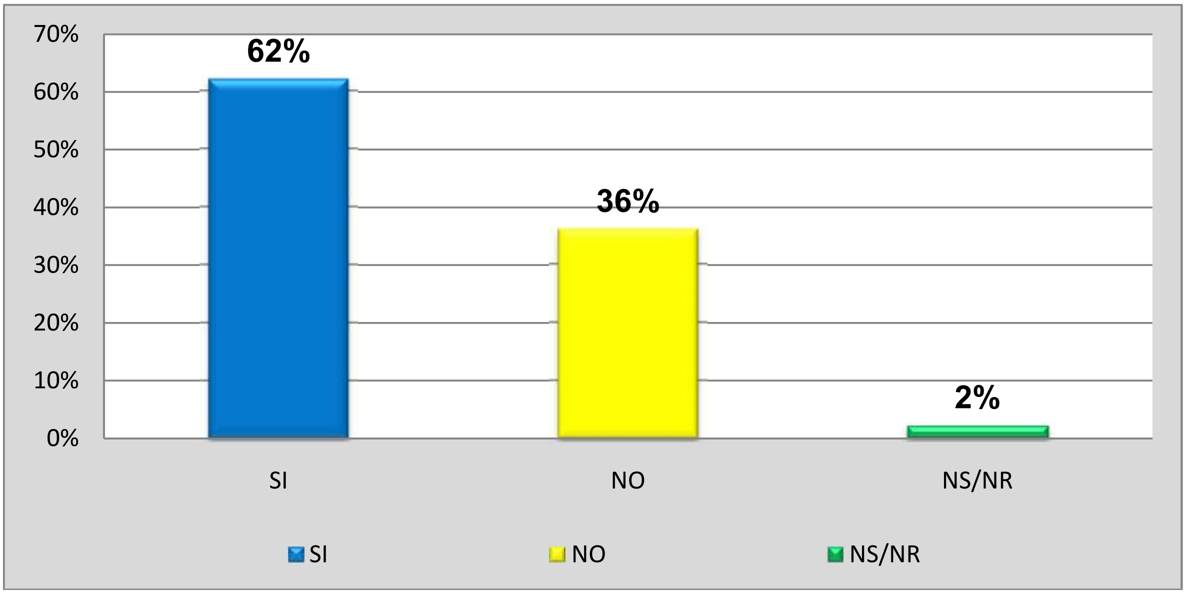


Figura N° 8: La o el Docente que imparte la asignatura de Matemática Aplicada II, en la temática de la Integral Definida, hace uso programas computarizados para la enseñanza de la Integral Definida.

Los docentes afirman que los entornos informáticos que ellos utilizan entre estos están: derive, WINFUN, Scientific Workplace esto les permite crear un mejor ambiente en el aula durante el proceso de enseñanza, pero durante la observación el docente utiliza medios como datashow, frecuentemente desarrolla el contenido en WINFUN, pero los estudiantes no llegar a manipular dicho software en el laboratorio informático, y además, no cuentan con computadoras personales.

VII. CONCLUSIONES

Es necesario hacer hincapié de lo notable con antelación, con el propósito de señalar lo que es viable realizar, en el afán de resolver o reducir la magnitud del problema estudiado. El aprendizaje de la integral definida, es determinante en la culminación de estudios de la carrera de Administración de Empresas, porque les permite abrir camino hacia el análisis de las estrategias de avance económico empleada en las grandes empresas trasnacionales para incrementar sus ingresos.

Las dificultades ante la enseñanza de la integral definida que presentan las y los estudiantes de Administración de Empresas, su desarrollo y atención en el aula ha sido el objetivo general de esta investigación. El análisis de los datos obtenidos por las herramientas aplicadas para la recolección de información, se desprende dificultades detectadas en el proceso de enseñanza de la integral definida que se enumeraran a continuación:

1. Las y los estudiantes presentaron dificultades en la prueba diagnóstica, por lo tanto esta situación didáctica nos permitirá que reforcemos en estas aplicaciones de límites, derivadas e integral, con objetivo de facilitar el aprendizaje en las y los estudiantes.

2. Las y los estudiantes expresan que sus clases de matemática aplicada II en la temática de la integral definida, son dinámicas, que las clases dinámicas son participativas, la aplicación de dinámicas en el proceso de enseñanza nos permite una clase participativa ya que es una proceso reciproco, es decir, se alterna la o él docente y a las y los estudiantes teniendo el espacio para expresarse y desenvolverse libremente, en este tipo de estrategia aplicada en una clase nos permite un intercambio de experiencias entre las y los compañeros, el educador y el medio que los rodea, en fin brindan mucha libertad para que las y los estudiantes aprenda, de manera espontanea.

3. Las y los estudiantes le gustarían que se siga impartiendo el contenido de la integral definida porque cree que este contenido le servirá para su vida futura. Esto se debe que durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la integral definida, las y los docentes están aplicándolo al área de estudio de las y los estudiantes, esto permite que el curso de la integral definida, adquiera una mayor compresión en las y los estudiantes.

4. Las y los docentes manifiestan que a pesar de utilizar diferentes estrategias durante la enseñanza de la integral definida y sus aplicaciones si las y los estudiantes no dominan los conceptos económicos estos no podrán entender la importancia de esta temática, las y los docentes realizan diversas estrategias para que los estudiantes comprendieran esta parte del cálculo, donde se conocen

aplicaciones sobre los conceptos de la oferta y la demanda, superávit de consumidor y del productor, proyección de ingresos y egresos, costos, ganancias es útil para su desarrollo profesional.

5. Las y los docentes afirman que utilizan diferente metodología en la enseñanza de la integral definida, entre estas: trabajos en equipos, porque les permite que las y los estudiantes reflexionan sobre las distintas formas de abordar los problemas de aplicación de la integral definida para alcanzar el aprendizaje, el trabajo en equipo le permite alcanzar la participación activa de las y los estudiantes en la clase, el desarrollo de una actividad con estas estrategias, plantea situaciones de choques cognitivos entre los estudiantes para tomar en cuenta los aspectos cognoscitivos, procedimentales y actitudinales.

6. Las y los estudiantes afirman que su docente explica suficiente, que le entienden a las explicaciones y que sus clases son participativas, sin embargo no todos efectúan sus asignaciones o tareas, no tienen tiempo, en la mayoría de los casos las y los estudiantes porque trabajan.

7. En relación al uso de tecnología de la información y comunicación no fue un factor negativo, las y los estudiantes opinan que las y los docentes usan medios tecnológicos, en la temática de la integral definida el docente hace usos de programas computarizados, pero las y los estudiantes no llegan a manipularlos.

VIII. RECOMENDACIONES

8. 1 A la universidad:

1. Adquirir Software Matemáticos, (Maple, Matlab, Derive, WINFUN. Scientific WordPlace)

2. Iniciar un proceso de capacitación de estos Software Matemáticos, para que con ello las y los docentes se apropien del mismo y puedan llevarlo a la práctica de manera efectiva e eficiente.

3. Capacitar a los docentes sobre las TIC´S y orientar el uso *e-learning (*el aprendizaje producido a través de un medio tecnológico-digital), para aprovechar el campus virtual como estrategias para mejorar el aprendizaje en las y los estudiantes con dificultades en la entrega de tareas.

8.2 A la Coordinación del Área de Ciencias Administrativa e Informática:

1. Brindar espacios de intercambio de experiencias con docentes de matemática, realizando capacitaciones sobre como evaluar el aprendizaje y manejo de las Tecnología de la Información y Comunicación TIC.

2. Realizar acompañamientos seguidos a las y los docentes de matemática, sobre todo tratar de realizar al menos un acompañamiento por unidad en cada nivel, y que las sugerencias sean referidas a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.

3. Promover el uso del campus virtual como estrategias para mejorar el aprendizaje en las y los estudiantes aplicable a otras asignaturas y carreras.

4. Fomentar el uso de manipulación de software educativo para la enseñanza de la integral definida.

9. A las y los docentes de Matemática:

1. Apropiarse de las metodologías activas participativas, como es la resolución de problema, que ayuda al desarrollo del pensamiento lógico abstracto de los estudiantes.

2. Usar software educativo como Maple, que les permitirán desarrollar con mejor visualización las clases y que las y los estudiantes manipulen estos programas para lograr la enseñanza de la integral definida.

3. Priorizar en las clases el apoyo que pueden brindar las y los estudiantes monitores articulando con la atención a las diferencias individuales que puedan presentar las los estudiantes.

4. Utilizar el campus virtual creando foros sobre la integral definida, esta estrategia es una herramienta que le permitirá a las y los estudiantes aclarar dificultades en el proceso de aprendizaje.

5. Recordar en todo momento a los y las estudiantes la importancia de las aplicaciones de la integral definida y motivarlos siempre a encontrar la repuesta correcta de los ejercicios que le asigne, y a la realización de los mismos.

6. Tomar en cuenta la propuesta de unidad didáctica que se presenta y los aspectos abordados en marco teórico de este trabajo.

10. A las y los estudiantes:

1. Poner mucho interés a las clases de Matemática Aplicada II, sólo de esta forma podrá entender todas las explicaciones y asignaciones.

2. Realizar todas las tareas que el docente le asigne, si no entiende algo, pregunte a su docente, para que pueda efectuarlas con éxito.

3. Participe de la clase, preguntando, cuestionando, analizando y opinando, construya su propio aprendizaje, siendo participe del proceso de enseñanza.

IX. LISTA DE REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICOS

ALFARO, M.E. (1990): "*Aspectos prácticos del proceso de programación y evaluación*". Documentación Social. Nº 81. Madrid.

Alpizar, J. (2002): *Educación y desarrollo: continuidad y cambio en el discurso educativo latinoamericano durante la segunda mitad del siglo XX*, Universidad Autónoma Nacional. México.

Amieva, R. (2004): *Clases expositivas que favorecen a la comprensión*, Universidad Nacional de Río Cuarto, Buenos Aires Argentina.

Medina, A. (2002): *Didáctica General*. Primera Edición, México

Arya Jardish C y Ladner Robín (1992). *Matemática Aplicada a Administración de Empresas y Economía*. Tercera Edición. México.

Argentina, G. (1999): *Didáctica General, Coordinación educativa y centroamericana CECC*, Tegucigalpa, Hondura.

Benejam, P. (1997): *Enseñar y Aprender Ciencia Sociales, Geografía e Historia en la educación secundaria*. Primera edición.

Bianco, M. (2001): *Análisis Matemático con Aplicaciones a las Ciencias Económicas*. Primera Edición. Buenos Aires, Argentina.

Brousseau, Kieran (1998): *Las Didácticas de las Matemáticas una visión general*, Universidad de Córdoba, España.

BRUNER, J. S. (1964): *The course of cognitive growth,* American Psychologist. USA.

Castro, M. (2003). *Diccionario enciclopédico de educación*. Primera Edición. Editorial CEAC, Barcelona, España.

Castañeda, A. (2004): *Un acercamiento a la construcción social del conocimiento sobre el estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión*. España.

Castillejo, J. (1983). *Los Principios de la educación desde el enfoque por competencias*, Barcelona, España.

Cesar, Coll (1992): *Desarrollo psicológico y educación psicología de la educación escolar*. Primera Edición. Madrid, España.

Cesar, Coll (2003): *Aprender contenidos, desarrollar capacidades*. Primera Edición. Madrid, España.

Cesar, Coll (2006): *Las competencias educativas*. Universidad de Barcelona, España.

Diccionario (1993): El Pequeño LAROUSSE Ilustrado, Ediciones Larousse Marsella México.

Edwards C.H. (1992): *Cálculo con Geometría Analítica*. Cuarta Edición. Prentice, México.

FORNSM (1980): *"La evaluación del Aprendizaje" En Coll y Fornos"*. Áreas de Intervención en Psicología .Horsori. Barcelona.

Gavira, N (1998): *Calculo Diferencial para Economía*. Managua Nicaragua

GONZÁLEZ H. (1999): *Manual para la evaluación en E.F*. Praxis. Barcelona, pág. 11.

Girón (1999)*: Aprendiendo Matemática*, Madrid, España.

Godino, J. D. (1996): Significado de la demostración en la Educación Matemática, Volumen 1, España.

Guzmán, M. (1999): Tendencias Innovadoras en la Educación Matemática. México

Grajera, M. (2007): *Diplomado en Innovaciones Educativas y Desarrollo Humano, Aprendizaje Creativo*, Guatemala.
Hernández, S. (2007): Monografía UNAN-Managua.
Hoffmann L. (1999): *Cálculo para Administración*, Economía y Ciencias Sociales. Sexta Edición.
J de Lorenzo (2002): *La Matemática,* Editorial Tecno, Madrid España.
LAFOURCADE, P.D. (1977): "*Evaluación de los aprendizajes".* Cincel. Madrid.
Leithold, L. (1987): *Cálculo con Geometría Analítica*. Quinta Edición, Editorial Harla, México, D.F.
Leithold, L. (1987): *El cálculo*. Séptima Edición. Editorial Harla, México, D.F.
Maldonado, T. (2006): *Perfiles académicos de los formadores de docentes*, Buenos Aires, Argentina.
Méndez, J. (2002): *La importancia de la planificación de estrategias basadas en el aprendizaje significativo, en el rendimiento de matemática en séptimo grado de la unidad Educativa Nacional*, Universidad Santa María, Caracas Venezuela
MEC (1992): *"Infantil. Currículo de la Etapa"*. MEC. Madrid. (Cajas Rojas).
MEC (1992): *"Primaria. Currículo de la Etapa".* MEC. Madrid. (Cajas Rojas).
NIETO, J.M. (1994): *"La autoevaluación del profesor. Cómo puede el profesor evaluar su propia práctica docente".* Escuela Española. Madrid.
Ontoria, P. (1995): *Los mapas conceptuales,* Imprenta Magisterial de Río Plata, Buenos Aires, Argentina.
Ole S (2002): El aprendizaje cognitivo de las Matemáticas, España.
Rosales, L. (2009): *Didáctica Innovación en la Enseñanza*. Santiago de Compostela, España.
Pérez, C. (2002): *El constructivismo en los espacios educativos*, Impresora Obando, Cartago, Costa Rica.
Purcell (1993): *Cálculo Diferencial e Integral*, Tercera Edición, PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S.A.
RABUFFETTI, H. (1997): *Introducción al Análisis Matemático*. Editorial el Ateneo. Buenos Aires, Argentina.
Real A. E (2001): *Diccionario de la lengua española*. Vigésima segunda edición, Editorial Espasa Calpe Madrid, España.
Rivera, R. (2006): *Tendencias contemporáneas de la educación y planificación curricular*. Managua, Nicaragua.
Rojas, R. (2002): Dossier *Cálculo Diferencial e Integral*. Nueva Guinea, Nicaragua
Sanmartín, N. (1993): *El diseño de unidades didácticas*, Universidad Autónoma de Barcelona.
Saturnino, T. (1995): *Creatividad Aplicada. Recursos Formación Creativa*, Editorial Escuela española, España.
Sowokowski, E. (1989): *Cálculo con Geometría Analítica,* Segunda Edición, Editorial Iberoamericana. México, D.F.
Schunk. H. (1997): *Teorías del Aprendizaje*. Segunda Edición. México.
Thomas G. (2006): *Calculo de una Variable*. Undécima Edición. México, D.F,
Zill, D. (1987): *Cálculo con Geometría Analítica*, Cuarta Edición. Editorial Iberoamericana, México, D.F.

URACCAN (2004): *Modelo Pedagógico*, Aprobado en la sesión del CUU en el 2004.

X. ANEXOS

UNIVERSIDAD DE LAS REGIONES AUTONOMAS DE LA COSTA CARIBE NICARAGUENSE.
URACCAN
RECINTO NUEVA GUINEA.

ENCUESTA A ESTUDIANTES

Estimados estudiantes de la Licenciaturas en: Administración de Empresas, soy estudiante de la Licenciatura en Ciencias de la Educación con Mención en Matemática, y le estoy solicitando el llenado de esta encuesta para recopilar datos para mi trabajo de tesis titulado: "Propuesta metodológica en la enseñanza de la integral definida"; ya que su aporte será de gran utilidad para el desarrollo de mi trabajo.

Encuesta Nº__________

I Datos generales:

Marque con una x el inciso que corresponda con sus datos.

1.1 Edad:

1) 13 a 15 _____
2) 16 a18 _____
3) 19 a 21 _____
4) 22 a más _____

1.2 Lugar de procedencia:

1) Área urbana de Nueva Guinea _______
2) Área rural de Nueva Guinea _______
3) Municipios vecinos de Nueva Guinea ______

II Datos familiares:

2.1 Vive con:

1) Madre y Padre ________
2) Madre__________
3) Padre __________
4) Familiar _______
5) Amigos _______
6) Otros_________
7) N/R

2.2 ¿Tiene buena relación con sus padres?

1) Si _______
2) No_______
3) N/R______

2.3 ¿Alguno de sus padres ha realizado estudios universitarios?

1) Si _______
2) No_______
3) N/R______

2.4 ¿Tiene algún familiar que viva en su casa y que haya realizado estudios universitarios?

1) Si _______
2) No_______
3) N/R______

2.5 ¿Recibe ayuda para realizar la tarea de algunos de los familiares?

1) Si _______
2) No_______
3) N/R______

2.6 ¿Le gusta estudiar la asignatura de Matemática Aplicada II?

1) Mucho________
2) Poco ________
3) Nada_________
4) N/R _________

III. Datos Académicos:

3.1 La o el docente, al iniciar a impartir la asignatura de Matemática Aplicada II, le entrega el Syllabus; donde da a conocer las actividades programadas durante el periodo de la asignatura.

1) Si _______
2) No_______
3) N/R______

3.2 ¿Cómo se considera en la asignatura de Matemática Aplicada II?

1) Excelente _______
2) Muy buen _______
3) Bueno _______
4) Regular ________
5) Deficiente_______
6) N/R ________

3.3 ¿Piensa que no le entiende a la asignatura de Matemática Aplicada II es por culpa de:

1) Usted _____
2) Docente_____
3) Interrupción del medio______
4) N/R_____

3.4 La o el docente de la asignatura de Matemática Aplicada II es:

1) Aburrido ___________
2) Dinámico___________
3) Exigente____________
4) Muy exigente ________

3.5 En la asignatura de Matemática Aplicada II, la o el docente explica:

1) Mucho________
2) Poco ________
3) Nada_________
4) N/R _________

3.6 ¿Piensa que la o el docente está capacitado en conocimientos para impartir la asignatura de Matemática Aplicada II?

1) Si _______
2) No_______
3) N/R______

3.7 ¿Usted realiza las tareas o trabajos asignados por la o el docente de la asignatura de Matemática Aplicada II?

1) Diario ____________

2) Muchas veces________
3) Pocas veces_________
4) Nunca _____________
5) N/R _______________

3.8 El motivo de no realizar la tarea es porque:

1) No le entiendo _________
2) No me gusta ___________
3) No tiene tiempo ________
4) Otros _________________
5) N/R __________________

3.9 ¿A su familia le interesa que usted realice la tarea?

1) Mucho________
2) Poco ________
3) Nada_________
4) N/R _________

IV. Aspectos de la temática: Integral Definida.

4.1 ¿Ha recibido el contenido de integral definida?

1) Si _______
2) No_______
3) N/R______

4.2 ¿Le entiende al contenido de la integral definida?

1) Si _______
2) No_______
3) N/R______

4.3 ¿Sabe para que se utilizan la integral definida?

1) Si _______
2) No_______
3) N/R______

4.4 ¿Aprendió a resolver la integral definida?

1) Mucho________
2) Poco ________
3) Nada_________
4) N/R _________

4.5 ¿Considera que el contenido de la integral definida?

1) Fácil _____
2) Entendible _____
3) Difícil _____
4) Muy difícil ______
5) NS/NR ___

4.6 ¿Le gustaría que ya no se impartiera el contenido de la integral definida?

1) Si _______
2) No_______
3) N/R______

4.7 ¿Creé que el contenido de la integral definida le servirá en su vida futura?

1) Mucho________
2) Poco ________
3) Nada_________
4) N/R _________

4.8 ¿Piensa que no comprende el contenido de la integral definida por qué?

1) No le presté atención ________
2) El docente no explicó bien ________
3) No estaba motivado ________
4) Habían muchos distractores _______

V. Metodología utilizada por las y los docentes de Matemática Aplicada II:

5.1 La o el docente que imparte la asignatura de Matemática Aplicada II, hace uso de alguna de las siguientes metodologías:

1) Alumnos monitores____
2) Atención individual____
3) Trabajos en equipos____
4) Actividades extraescolares____

5.2 La o el docente que imparte la asignatura de Matemática Aplicada II, hace uso de algunos de las siguientes instrumentos de evaluación:

1) Exposiciones_____
2) Portafolio____
3) Diario_____
4) Sistemáticos_____
5) NS/NR _____

5.3 La o el docente que imparte la asignatura de Matemática Aplicada II, hace uso de programas para la enseñanza de la integral definida.

Si ____
No ____
NS/NR _____

Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense
URACCAN
RECINTO NUEVA GUINEA
ENCUESTA A DOCENTES

Estimados maestro (a): Soy estudiante de la Licenciatura en Ciencia de la Educación con Mención en Matemática, como requisito de graduación estoy realizando esta investigación titulada; **"Propuesta metodológica en la enseñanza de la integral definida utilizando entornos informáticos para las carreras de administración de empresas";** por ello les pedimos de favor responda a esta siguiente encuesta para que nos brinden sus opiniones que usted tenga sobre el tema:

1. **Facilita y estimula la participación de los y las estudiantes en un clima de respeto.**

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

2. **Las instrucciones que brinda usted, para la realización de las actividades son claras y precisas.**

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

3. **Promueve usted, un aprendizaje participativo en sus estudiantes.**

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

4. **Recurre usted, a las experiencias previas de los estudiantes ya sea en el ámbito académico o en la vida cotidiana**.

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

5. **Reacciona usted, positivamente ante un elemento que dificulta el normal desarrollo de la clase.**

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

6. **Se manifiesta una buena organización de la clase, con un desarrollo armónico de las diferentes instancias y consideración del tiempo**.

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

7. **Utiliza estrategias de motivación inicial**

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

8. **Aplica técnicas de organización de la información: esquemas, mapas conceptuales**.

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

9. Integra objetivos transversales a la clase.

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

10. Aplica diferentes estrategias metodológicas para aquellos estudiantes que presenten dificultades. Los apoya y estimula.

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

11. Emplea recursos de aprendizaje: tecnológicos, material concreto, medios audiovisuales.

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

12. La evaluación realizada al cierre de la clase es consecuente con los objetivos definidos al inicio y en la planificación.

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

13. Lleva a cabo usted, un cierre de la clase que evalúe el logro de los aprendizajes.

Siempre	Generalmente	Ocasionalmente	Casi nunca

14. Cree usted, que las y los estudiantes de Administración de empresa e Informática Administrativa reciban la asignatura de Matemática Aplicada II para su formación profesional.

Si _______
No_______
N/R______

15. Al iniciar a impartir la asignatura de Matemática Aplicada II, le entrega el Syllabus a las y los estudiantes; donde da a conocer las actividades programadas durante el periodo de la asignatura.

Si _______
No_______
N/R______

16. Considera usted, que el contenido de la integral definida impartido a las y los estudiantes de Administración de Empresa e Informática Administrativa debe ser aplicado a su área de estudio.

Si _______
No_______
N/R______

17. Considera usted, que al impartir las aplicaciones de la integral definida a la Administración de Empresa e Informática Administrativa los estudiantes deben tener dominios a concepto administrativo:

Si _______
No_______
N/R______

18. Cree usted que la utilización software didáctico para la solución de la Integral definida le ayude al estudiante de administración de empresa e informática administrativa en el aprendizaje.

Si _______ No_______ N/R______

Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense

URACCAN

RECINTO NUEVA GUINEA

ENTREVISTA A DOCENTES

Estimados maestro (a): Soy estudiante de la Licenciatura en Ciencia de la Educación con Mención en Matemática, como requisito de graduación estoy realizando esta investigación titulada; **“Propuesta metodológica en la enseñanza de la integral definida, utilizando entornos informáticos para las carrera de administración de empresas”;** por ello les pedimos de favor responda a esta siguiente guía para que nos brinden sus opiniones que usted tenga sobre el tema:

Nombre y Apellido: ____

Sexo F___ M___ Edad__________ Nivel Académico: Lic. .____Msc____
Entrevista #_______

1. ¿Qué opinión tiene sobre las estrategias metodológicas para la enseñanza de la integral definida?

2. ¿Describa algunas ventajas de las estrategias que utiliza para el desarrollo de la enseñanza de la integral definida?

3. ¿Describa algunas desventajas de las estrategias que utiliza para el desarrollo de la enseñanza de la integral definida?

4. ¿Qué métodos implementa para la enseñanza de la integral definida?

5. ¿Qué medios didácticos utiliza para la enseñanza de la integral definida?

6. ¿Utiliza usted software, didácticos para la enseñanza de la integral definida, mencione algunos de este software?

7. ¿Qué instrumentos de evaluación aplica en el transcurso de la enseñanza de la integral definida?

8. Cree usted. ¿Qué la evaluación debe ayudar a la toma de decisiones en una perspectiva integrada de conocimientos, habilidades y actitudes en la enseñanza de la integral definida?

Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense
URACCAN
RECINTO NUEVA GUINEA
GUÍA PARA OBSERVACIÓN INDIRECTA

I. DATOS GENERALES

Nombres y apellidos del docente:
Asignatura __________________
Tiempo de duración____________Horario de la clase Después del receso______
Contenido____
Fecha_____________________ Secciones que imparte: _______

ASPECTO TÉCNICO DIDÁCTICO	Ex	MB	B	R	D
Prepara el plan de clase con bibliografía de la biblioteca.					
Elabora material de apoyo en su casa o en la universidad					
Actualiza sus conocimientos con otros docentes					
Prepara las clase con ayuda de la tecnología (computadoras)					
Comenta dificultades con otros docentes y solicita ayuda					
La bibliografía que utiliza es actualizada.					
METODOLOGÍA EMPLEADA POR EL DOCENTE	**Ex**	**MB**	**B**	**R**	**D**
Activación de conocimientos previos					
Enlace entre los conocimientos previos y la nueva información por aprender					
Motivación a los estudiantes fuera de la horas de clase					
Ayuda a estudiantes con dificultades fuera de periodo de clase					
Mantiene relaciones de empatía con los/as estudiantes					
Realiza círculos de estudios para los estudiantes					
Comprende las dificultades que presentan sus estudiantes					
Explica orientaciones de tareas fuera del periodo de clase					
Presenta disposición para ayudar a sus estudiantes con su aprendizaje					
Dirige y explica el trabajo independiente a realizar					

Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense
URACCAN
RECINTO NUEVA GUINEA
GUÍA PARA OBSERVACIÓN DIRECTA

I. DATOS GENERALES

Nombres y apellidos del docente:
Asignatura ___________________
Tiempo de duración____________Horario de la clase Después del receso______
Contenido____
Fecha______________________ Secciones que imparte: ________
Número de estudiantes: __________

ASPECTO TÉCNICO DIDÁCTICO	Ex	MB	B	R	D
Relación del contenido con la clase anterior					
Organización de los/as estudiantes para el desarrollo de la clase					
Utilización de la pizarra para ejemplos demostrativos					
Presentación de ejemplos adecuados a la realidad de los/as estudiantes para ilustrar la clase.					
Conocimientos actualizados sobre el tema					
Desarrollo del contenido de manera científica y asequibilidad					
Asignación de ejercicios a los/as estudiantes durante la clase					
Atención a las diferencias individuales de los/as estudiantes					
Interacción y comunicación con los/as estudiantes					
Distribución del tiempo					
Conducción del aprendizaje					
Fijación del aprendizaje					
Evaluación, control y retroalimentación del contenido durante la clase					
Asignación y orientación de tareas para la casa					
METODOLOGÍA EMPLEADA POR EL DOCENTE	**Ex**	**MB**	**B**	**R**	**D**
Motivación e incentivo a la clase					
Combinación de la teoría con la práctica					
Utilización de los/as estudiantes monitores durante la clase					
Orientación de ejercicios o trabajos en parejas o grupos.					
Explicaciones claras y concisas					
Supervisión del trabajo que realizan las y los estudiantes					
Archivo y registro del desempeño de las y los estudiantes durante la clase					
Vinculación de los medios alrededor para explicar la clase					
Evalúa la clase para comprobar el alcance de la competencia o indicador de logro planteado.					

Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense
URACCAN-RECINTO NUEVA GUINEA

Test Diagnóstico

Nombres y Apellidos: ____
Fecha: __________

I. En los siguientes ejercicios propuestos encuentre el límite por simple inspección [puntaje, 15]:

a) $\lim_{x\to 3}(7x-4)$

b) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{x-3}$

c) $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$

II. En los siguientes ejercicios propuesto aplique los criterios de derivadas para dar su respecta solución [puntaje, 15]**:**

a) $f' = (3x^2-5)(2x^4-x)$

b) $f' = \frac{(3x-5)}{(x^2+7)}$

c) $f' = (2x^2-4x+1)^{60}$

III. Aplicaciones a las derivadas a la economía: Suponga que $C(x) = 8300 + 3.25x + 40\sqrt[3]{x}$ dólares. Encuentre el costo promedio por unidad, el costo marginal y evalúelos cuando $x = 1000$ [puntaje, 20]

IV. Evalué la siguientes integrales indefinida [puntaje, 10]:

$$\int \left(x^4 + 3x\right)^{30} dx$$

Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense
URACCAN
RECINTO NUEVA GUINEA
GUIA GRUPO FOCAL

Estimados estudiantes (a): Soy estudiante de la Licenciatura en Ciencia de la Educación con Mención en Matemática, como requisito de graduación estoy realizando esta investigación titulada; **"Propuesta metodológica en la enseñanza de la integral definida, utilizando entornos informáticos para las carrera de administración de empresas";** el aporte que usted nos brinde será de mucha ayuda para este trabajo investigativo que estoy realizando como culminación de estudios.

II. DATOS GENERALES

Nombres y apellidos del docente: ________________________________
Asignatura _________________
Contenido____
Número de estudiantes: _________

III. GUÍA DE TRABAJO

1. ¿En la asignatura de Matemática Aplicada II, ha recibido el contenido de la Integral definida?

2. ¿Le gustó la metodología de enseñanza aplicada por el docente de Matemática Aplicada II, en el contenido de la integral definida? ¿Por qué?

3. ¿Creé que existen otras metodologías apropiadas para lograr un buen aprendizaje significativo?

4. ¿Le gustaría recibir esta asignatura haciendo uso de nuevas tecnologías? ¿Por qué?

5. ¿Piensa que al aprender este contenido le servirá en el futuro? ¿Por qué?

6. Mencione las metodologías que utiliza la o el docente de Matemática Aplicada II. ¿Cuál le gusta más?

7. ¿A usted como estudiante le gustaría la o lo animaran bastante en sus estudios?

8. ¿Usted como estudiante hace diario sus tareas, por qué?

Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense
URACCAN
RECINTO NUEVA GUINEA
ENTREVISTA A COORDINADOR

Estimados coordinador (a): Soy estudiante de la Licenciatura en Ciencia de la Educación con Mención en Matemática, como requisito de graduación estoy realizando esta investigación titulada; **“Propuesta metodológica en la enseñanza de la integral definida, utilizando entornos informáticos para las carrera de administración de empresas”;** el aporte que usted nos brinde será de mucha ayuda para este trabajo investigativo que estoy realizando como culminación de estudios.

DATOS GENERALES

Nombres y Apellidos: ____
Fecha: _________ Cargo: ___________Sexo: __________ Edad: ________.

1) ¿Cuál es su nivel académico?

2) ¿Cuánto tiempo tiene de trabajar en la docencia?

3) ¿Qué opina del enfoque educativo implementado en la Universidad?

4) ¿Cree Usted, que las y los docentes de Matemática Aplicada II de están apropiados del enfoque implementado por la universidad? ¿por qué?

5) ¿Ha realizado acompañamiento al docente de Matemática Aplicada II cuando imparte el contenido de la integral definida?

6) ¿Qué metodología (métodos, estrategias y técnicas) utiliza la o él docente de Matemática Aplicada II, para impartir temas relacionados a la integral definida?

7) ¿Considera que la metodología empleada por la o él docente de Matemática Aplicada II para enseñar los contenidos de la integral definida fue la idónea?

8) ¿Cómo considera que fue la asimilación del contenido referente a la integral definida por parte de las y los estudiantes de administración de empresa?

9) ¿Cree usted, que la o él docente de Matemática Aplicada II, podrá impartir todos los contenidos de la Integral definida? ¿Por qué?

10) ¿Cuáles considera usted, que son las limitantes para la o él docente de matemática para enseñar Integral definida?

11) ¿Cómo la o él docente de matemática supera las dificultades del proceso enseñanza - aprendizaje de los contenidos de la Integral definida?

12) ¿De qué manera apoya usted, al o el docente de Matemática II, con la enseñanza de la integral definida?

13) ¿Cree usted, que el recinto universitario cuenta con material didáctico para la enseñanza de los contenidos de la integral definida? ¿cuáles?

14) ¿Podría explicar de manera breve como considera que fue clase que acompaño acerca de algún contenido de la integral definida?

15) ¿Durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral definida, el Docente de Matemática Aplicada II, utilizo herramientas tics? ¿Mencione algunas?

16) Cree usted, que el contenido de la integral definida tiene que enseñarse con aplicaciones a la economía y negocios. ¿Por qué?

17) Cree que usted, que es necesario la actualización para las y los Docentes de Matemática Aplicada II, en la formación de las herramientas tecnológicas.

Unidad Didáctica

Enseñanza de la Integral Definida utilizando entornos informáticos

Probar que todos los rectángulos inscritos en una circunferencia el cuadrado tiene un área máxima.

"Lo que sabemos es una gota de agua; lo que ignoramos es el océano"
Newton

Autor: William Oswaldo Flores López
Tutor: Msc Eugenio López Mairena

ÍNDICE	Páginas

Autor: William Oswaldo Flores López

Tutor: Msc Eugenio López Mairena

I. INTRODUCCIÓN

Nuestra universidad define su modelo pedagógico como Integrado, para incorporar distintos enfoques pedagógicos o corrientes para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Al respecto nos define:

> Modelo Pedagógico Integrado es conscientes de que ninguna elaboración teórica en el orden de lo pedagógico y lo didáctico, así como sobre el aprendizaje y la enseñanza, alcanzará a describir o a dar cuenta de las complejas realidades que tienen lugar en el curso de estos procesos y en particular de la formación integral de las y los profesionales que egresen de URACCAN (URACCAN, 2004, p. 4).

El enfoque que utiliza la universidad le permite ser muy útil para el proceso de la enseñanza aprendizaje, ya que las y los docente son facilitadores, mientras que las y los estudiante es el centro de dicho proceso, para que el trabajo docente sea más productivo y que las y los estudiantes construyan su aprendizaje se puede hacer uso de las unidades didácticas.

La unidad didáctica o unidad de programación será la intervención de todos los elementos que intervienen en el proceso de enseñanza aprendizaje con una coherencia metodológica interna y por un período de tiempo determinado. (Antúnez, 1992, p. 104).

La unidad didáctica es una forma de planificar el proceso de enseñanza aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad. Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumno, medio sociocultural y familiar, Proyecto Curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso **(Escamilla, 1993, p. 39).**

En definitiva, se puede decir que se entiende por unidad didáctica toda unidad de trabajo de duración variable, que organiza un conjunto de actividades de enseñanza y aprendizaje y que responde, en su máximo nivel de concreción, a todos los elementos del currículo: qué, cómo y cuándo enseñar y evaluar. Por ello la unidad didáctica supone una unidad de trabajo articulado y completo en la que se deben precisar los objetivos y contenidos, las actividades de enseñanza y aprendizaje y evaluación, los recursos materiales y la organización del espacio y el tiempo, así como todas aquellas decisiones encaminadas a ofrecer una más adecuada atención a la diversidad del alumnado.

En esta unidad didáctica se exponen procedimientos con la formación y creatividad del uso de las tecnologías de la comunicación e información, para la enseñanza de la integral definida, en la carrera de administración de empresa incluyendo principios pedagógicos, entorno social y cambios curriculares que puedan aplicarse, así mismo se facilitaran; técnicas las cuales le permitirán a los docentes apoyarse para erradicar cualquier obstáculo correspondiente al tema antes mencionado.

Es importante considerar que todos estos aprendizajes necesitan ser programados, en el sentido de que para abordarlos es preciso marcarse objetivos y contenidos, diseñar actividades de desarrollo y evaluación y prever los recursos necesarios. Esta unidad didáctica, se configura en torno a una serie de elementos.

Dichos elementos a contemplar son los siguientes: descripción, objetivos didácticos, contenidos, actividades, recursos materiales, organización del espacio y el tiempo, evaluación los que están constituido por tres fases:

β **Fase de exploración:** En ella se exploran los conocimientos previos que las y los estudiantes poseen, además, esto permite conocer las dificultades que tienen, y a partir de ellas, poder empezar el proceso de enseñan aprendizaje. Las temáticas abordadas en esta fase de exploración trata de los conocimientos adquiridos en la asignatura de Matemática Aplicada II, los cuales son:

- Generalidades con Maple.
- Funciones.
- Límite de una función en una variable.
- Derivada de las funciones en una variable.
- La integral.

También se incluye sobre las generalidades del uso de Maple como herramienta de cálculo simbólico, para la enseñanza de las matemáticas, para hacer una reafirmación de estos contenidos aplicando Maple.

β **<u>Fase de introducción:</u>** En esta parte se divide en seis secciones expositivas.

ϖ **La primera sesión:** es sobre la integral definida definición, notación, donde se establece el uso de la integración con la derivación.

ϖ **La segunda sesión**: habla de las propiedades de la integral definida, que se aplicaran en la solución de ejercicios.

ϖ **La tercera sesión**: trata de área de la región en un plano, que esto permite desarrollar el cálculo de área.

ϖ **La cuarta sesión**: es referente a las aplicaciones que se dan a la economía tales como: el ingreso neto, ingreso parcial, ingreso total, al superávit del productor el análisis de la oferta y la demando, el inventario diario promedio, valor presente en el flujo de ingreso, utilizando la integral definida.

Estas secciones están bien coordinadas que permiten que las y los estudiante aprenda conocimientos de la integral definida en el contexto de estudio. Se presentan actividades en que las y los estudiantes aplican la definiciones aprendidas durante el proceso de la secciones abordadas, también se divide en sesiones interactivas aplicando Maple que van correlacionadas con cada sesión expositiva.

β **<u>Fase de aplicación:</u>** En esta fase de aplicación consiste en tres prácticas con actividades donde las y los estudiantes demuestran el conocimiento adquirido durante el proceso, es decir pone en práctica mediante el análisis, razonamiento lógico para alcanzar el aprendizaje de la integral definida en la resolución de problemas en la aplicación de su contexto de estudio y utilizando el entorno informático Maple.

A cada fase se le asignó un tiempo definido, hasta completar las 32 horas clases que el programa de Matemática Aplicada II, sugiere para el desarrollo de los contenidos y también la evaluaciones de estos contenido de forma sumativa por cada sección interactiva.

II. Datos Generales

Universidad de las regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense URACCAN Recinto Nueva Guinea	
Asignatura	**Matemática Aplicada II**
Número de créditos	**4**
Horas por semestre	**64**
Horas semanales	**4**
Horas de la Unidad	**32**
Plan académico	**Licenciatura Administración de Empresas**
Área de estudio	**Formación General**
Ubicación curricular	**Segundo semestre**
Contenidos	
Conceptuales	**1.** Potenciar en los participantes el empleo de las integrales y sus técnicas para la solución de problemas reales relacionados con los tópicos torales de las carreras de administración de empresas e informática. **2.** Desarrollar hábitos de razonamiento lógico – abstracto, actividad que favorecerá e incentivará al profesional del futuro en la búsqueda de soluciones reales de los problemas conexos con la economía, la administración y las finanzas y sus relaciones con otras ciencias afines. **3.** Presentar de manera visual el concepto de integral definida y sus propiedades utilizando entornos informáticos para fomentar las aplicaciones de la integral definida con soluciones reales.
Procedimientos	**1.** Empleen los conceptos y teoremas de derivadas e integrales de funciones trigonométricas, logarítmicas y exponenciales en una variable para resolver ejercicios y problemas de carácter económico y administrativos. **2.** Usen diferentes criterios para evaluar integrales en la solución de problemas relacionados con la administración, la economía, las finanzas y sus vínculos con otras ciencias. **3.** Interpreten y dominen la definición y notación de la integral y sus aplicaciones. **4.** Resuelvan ejercicios sencillos en donde se propicie el

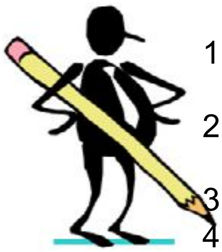
	empleo de integrales y sus aplicaciones.
Actitudes	**1.** El profesional del futuro inmediato aplica los ejes transversales de interculturalidad, género, derechos humanos y autonómicos, emprendimiento y desarrollo empresarial en sus labores y práctica diaria vernácula. **2.** En el futuro el profesional fomenta el respeto por la biodiversidad en comunión permanente con el medio ambiente y la naturaleza, de igual forma acepta y promueve la diversidad cultural de los pueblos indígenas y comunidades étnicas.

FASES PARA EL DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Fase de Exploración

III. FASE DE EXPLORACIÓN	
Contenido:	➢ Generalidades de Maple ➢ Funciones ➢ Límites de una función en una variables ➢ Derivada de funciones en una variable ➢ La Integral
Estrategias Metodológicas:	Repaso oral de conocimientos adquiridos en el nivel anterior, test diagnóstico, trabajos individuales y grupales, visualización conjunta de la realidad.
Medios	Pizarra, data show, ideas de los estudiantes y clases participativas.
Software Educativo:	Maple
Aula Virtual	htpp://campusng.uraccan.edu.ni/
Materiales:	Objetos de la realidad, contexto, marcadores.
Tiempo:	4 Horas clase.
Objetivos:	Conoce las generalidades de Maple como herramienta de apoyo. Utilicen los teoremas sobre límites para determinar los límites de funciones de variable real. Interioricen la definición geométrica de la derivada Interpreten y dominen la definición y notación de la integral indefinida.
Procedimientos:	Empleen Maple y el concepto de límite de funciones en una variable para la construcción de gráficas. Calculen la derivada de funciones en ejercicios algebraicos, trigonométricos, mediante el uso de teoremas y reglas de la derivada y aplicando Maple. Resuelvan ejercicios sencillos utilizando Maple, en donde se propicie el empleo de integrales indefinidas.

ORIENTACIONES METODOLÓGICAS PARA LA FASE DE EXPLORACIÓN



1. Introducir las generalidades de Maple con poco de historia, resaltar a sus utilidades para el desarrollo de la enseñanza de la matemática.
2. Comenzar la clase a partir del contexto social, ir viendo las distintas utilidades de las tecnologías de la información y comunicación.
3. Empezar a definir limite, deriva e integral.
4. Utilizar Maple para desarrollar de las definiciones para afianzar el conocimiento.
5. Asignar siempre en los equipos de trabajo un ó una estudiante monitor para que los equipos puedan trabajar de manera guiada.

ACTIVIDADES DE MOTIVACIÓN

Cada estudiante reflexione la frase de Leibniz “Amar es encontrar en la felicidad de otro tu propia felicidad”, luego la comentaran con sus compañeros y docente además la utilizarán para responder las siguientes preguntas ¿Qué es límite? ¿Qué saben acerca de la deriva e integral? De forma oral.

El docente puede brindar una pequeña reseña histórica de donde nace el significado límite, derivada, integral que significa etimológicamente la palabra, quienes fueron los grades personajes que trabajaron en el cálculo.

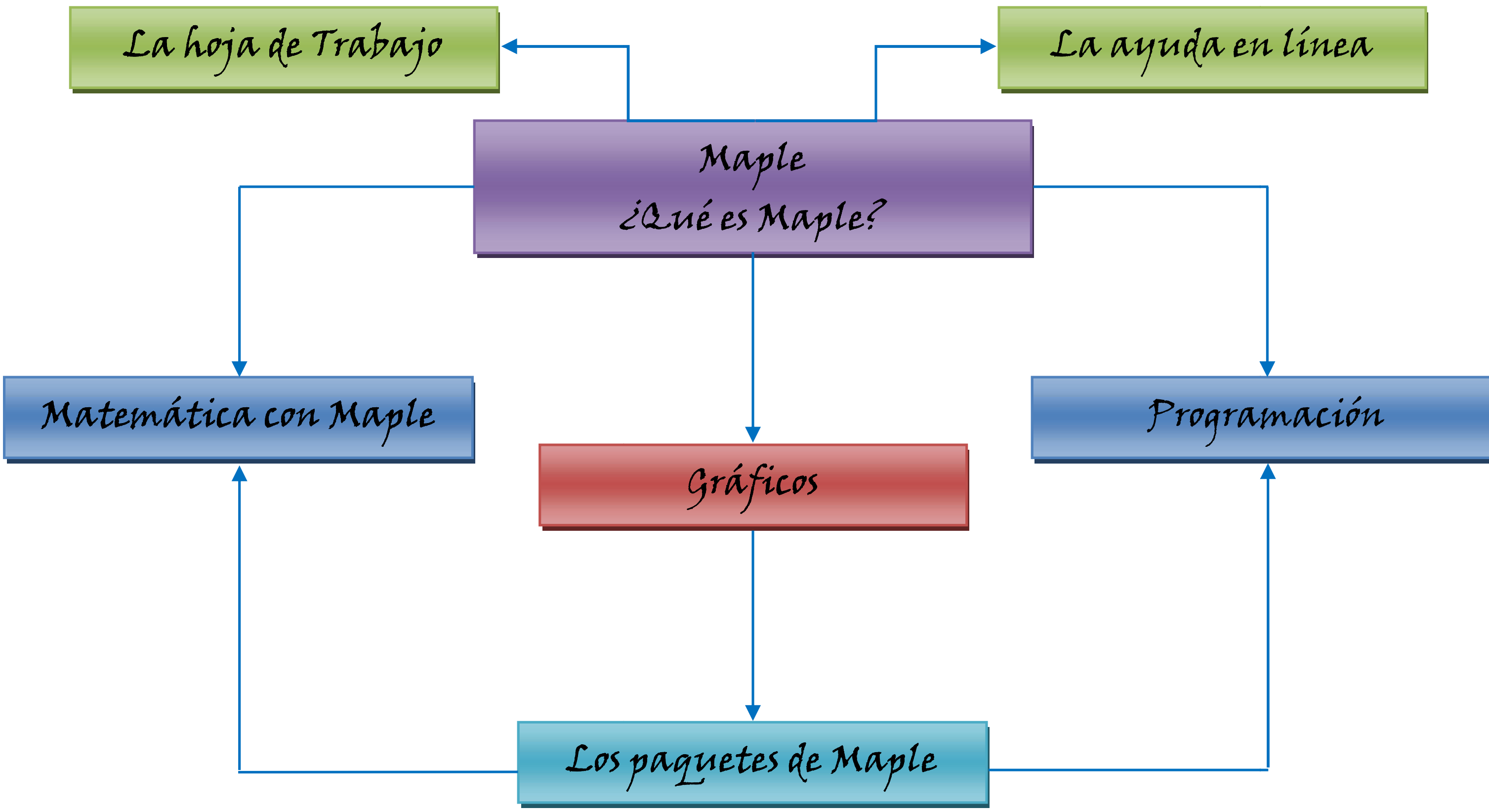
Mediante una lluvia de ideas que as y los estudiantes expresen la importancia del estudio del cálculo para ellas y ellos y, el docente puede ayudarles resaltando sus utilidades, también puede hacer uso de la hazañas de Descarte, Leibniz, Newton.

GENERALIDADES DE MAPLE

Mathemathic Pleasure

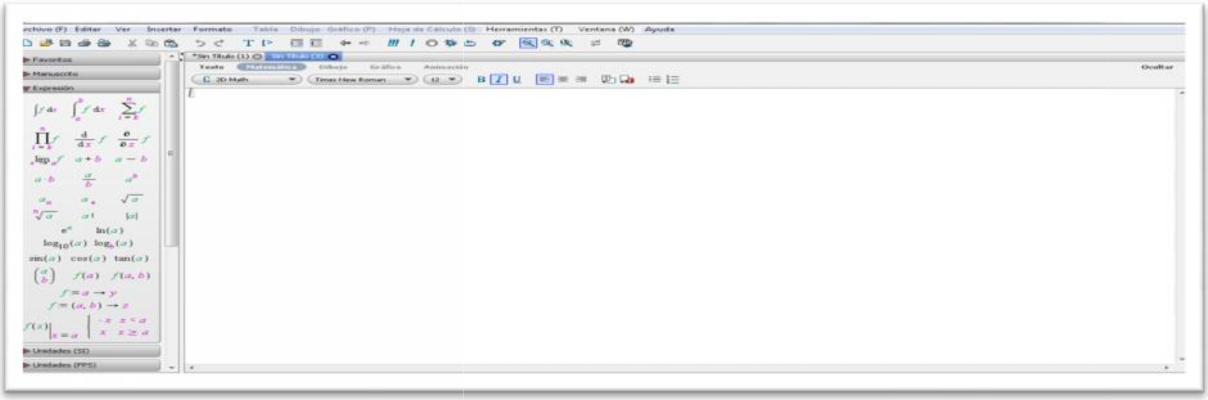
Placer de las Matemáticas

Durante el proceso de enseñanza utilizaremos Maple que es sistema de cálculo simbólico y algebraico, manipula símbolos y usa expresiones (no necesita valores numéricos para todas las variables).



Al abrir la interfaz gráfica de Maple permite realizar todas las operaciones de edición que cabra esperar de cualquier software moderno.

Así, una vez que se invoca el programa, aparece la ventana siguiente:



En su parte superior esta la barra de Menú, con menús tales como: Archivo, Edición, muy parecidos a los de cualquier otra aplicación con entorno. Maple posee un completo manual de referencia que se puede consultar on-line. El sistema de ayuda permite explorar los comandos de Maple, así como las características del sistema, por nombre o materia. Además puede localizar páginas de ayuda que contengan una palabra o frase determinada. Las páginas de ayuda relacionadas están unidas mediante hipervínculos, lo que permite investigar cualquier tópico de forma sencilla.

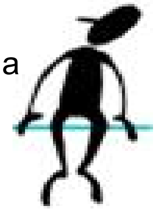
Comandos Maple en la utilización del cálculo diferencial e integral

$with(student)$	**Carga el paquete de análisis matemático**
$with(plots)$	Carga el paquete necesario para pintar gráficas de las funciones y curvas en general.
$f := x -> f(x)$	Define la función que lleva expresada la función analítica $f(x)$
$f := piecewise(do\min io, valor\ de\ f....)$	Define una función a trozos
$f := convert(G, piecewise)$	Convierte la función G a trozos
$f := unapply(E, x)$	Crea la función cuya expresión algebraica es E
$f(a)$:	Calcula el valor de f en a
$map(f, P)$	Evalúa f sobre la lista P
$evalf(seq(f((a)^n), n = n_1..n_k), p)$	Evalúa f desde a elevado a n_1 hasta a elevado a n_k con p dígitos.
$\exp(x)$	e^x
$\sin(x)$	Seno de x

$\cos(x)$	Coseno de x
$abs(E)$	Valor absoluto de la expresión E
$límit(f(x), x=a)$	Limite de $f(x)$ cuando x tiende a a
$límit(f(x), x=a, right)$	Limite de $f(x)$ cuando x tiende a a por la izquierda.
$límit(f(x), x=a, left)$	Limite de $f(x)$ cuando x tiende a a por la derecha.
$límit(f(x), x=a, \text{infinity})$	Limite de $f(x)$ cuando x tiende a a por el infinito.
$límit(f(x), x=a, -\text{infinity})$	Limite de $f(x)$ cuando x tiende a a por el menos infinito.
Todas las sentencias anteriores comenzadas por letras mayúsculas dan la forma muerta de los límites anteriores.	
$plot(f(x), x=a..b, y=c..d)$	Pinta la gráfica f de entre los extremos señalados
$p1 := plot(a(x),...):$ $p1 := plot(b(x),...):$ $pk := plot(c(x),...):$ $display(p1..pk):$	Pinta la gráfica de las funciones $a, b..., c$ sobre los mismos ejes.
$implicitplot(f(x)...)$	Pinta la curva expresada mediante su ecuación implícita.
$readlib(iscont(f(x), x=a..b))$	Analiza automáticamente si la función f es continua en el intervalo abierto de extremos a y b
$show\tan gent(f(x), x=a, x=b..c)$	Dibuja la gráfica de f y la tangente a ella en $(a, f(a))$ entre los puntos b y c
$slope([a, f(a)], [b, f(b)])$	Calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$
$diff(f(x), x)$	Calcula la derivada de $f(x)$
$Diff(f(x), x)$	Forma muerta de la sentencia anterior
$\text{int}(f(x), x)$	Calcula la integral indefinida de $f(x)$
$Int(f(x), x)$	Forma muerta de la sentencia anterior
$\text{int}(f(x), x=a..b)$	Calcula la integral definida entre a y b
$Int(f(x), x=a..b)$	Forma muerta de la sentencia anterior
$leftbox(f(x), x=a..b, n)$	Pinta el área de la función escalonada que aproxima por la izquierda de cada intervalo de la partición e n partes del intervalo (a, b). Análogamente es el caso de rightbox, y middlebox, para derecha y centro respectivamente.
$leftsum(f(x), x=a..b, n)$ $value('')$	Calcula la suma correspondiente con rightsum y middlebox.

FUNCIONES

En este epígrafe se estudiarán las diferentes formas de definir una función, el cálculo de la imagen de una función en uno o varios puntos y las sentencias básicas para la representación de curvas.



Diferentes maneras de definir una función, la forma más habitual es la que consiste en asociar x a una variable una expresión algebraica:

$f := x -> x^2 - 3 * x + 5$

$$f := x \to x^2 - 3x + 5$$

También cabe la posibilidad de asociar a una función una expresión algebraica creada anteriormente:

$(x^3 - \exp(2 * x))/(x^5 - 7 * x^4)$

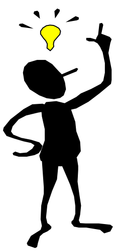
$$\frac{x^2 - e^{2x}}{x^5 + 7x^4}$$

$g := unapply(", x)$

$$g := x \to \frac{x^2 - e^{2x}}{x^5 + 7x^4}$$

Otra opción es la de definir funciones a trozos a través del comando piecewise:

$f := piecewise(x < 1, 3 * x^2 - 7, 1 \le x, 5 * x^5 - 3 * x, x > 3, 4)$



$$F := \begin{cases} 3x^2 - 7, & x < 1 \\ 5x^5 - 3x, & 1 \le x \\ 4, & 3 < x \end{cases}$$

Es igualmente útil convertir una función en función a trozos, esto se consigue con el comando $convert(f, piecewise)$

$G := abs(-5 * x^2 - 3 * x)$

$$G := \left| -5x^2 - 3x \right|$$

$h := convert(G, piecewise\ )$

$$h := \begin{cases} 5x^2+3x, x \le -\dfrac{3}{5} \\ -5x^2-3x, x \le 0 \\ 5x^2-3x, \quad 0 < x \end{cases}$$

Calculo de la imagen de una función en uno o varios puntos: con la consideramos la siguiente función que nos servirá como conductor de las explicaciones:

$f := x\!-\!>(x^2-3*x)/(x^2-1)$

$$f := x \rightarrow \frac{x^2-3x}{x^2-1}$$

Para calcular el valor de f en un punto basta teclear $f(a)$:

$f(3)$

$$0$$

$f(2), f(4), f(-2)$

$$-\frac{2}{3}, \frac{4}{15}, \frac{10}{3}$$

Aunque esto último será más sencillo si primero se introducen los valores y después se calculan sus imagines con $map(f, P)$:

$P := [2,3,4,5,-5,-4,-3,-2,0]$

$map(f, P)$

$$\left[-\frac{2}{3}, 0, \frac{4}{15}, \frac{5}{12}, \frac{5}{3}, \frac{28}{15}, \frac{9}{4}, \frac{10}{3}, 0\right]$$

Veamos que ocurre cuando a una función se le pide que calcule la imagen de un valor que queda fuera de su dominio:

$f(-1)$

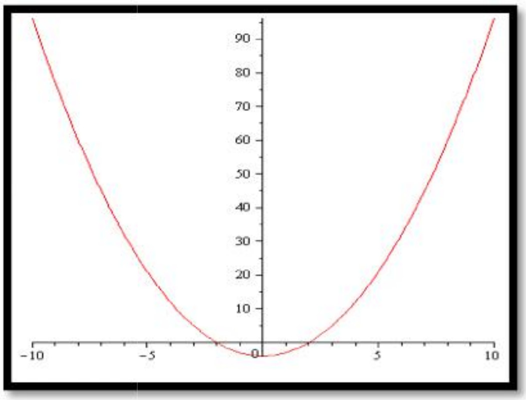
Error, $(in\ f)$ división by zero, como era de suponerse nos devuelve el tipo de error que se está cometiendo.

Sentencias básicas para la representación de curvas: la forma más sencilla de dibujar la gráfica de una función es la que consiste en indicarle al programa la función que se quiere representar y aplicar el comando plot:

$f := x\!-\!>x^2-4$

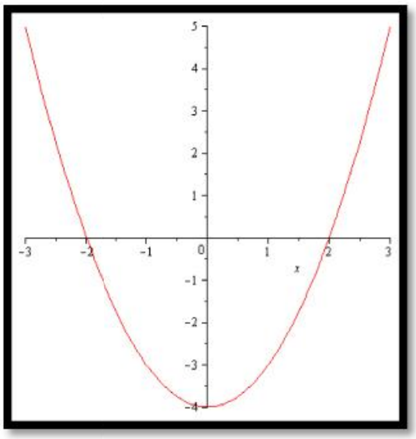
$$f := x \rightarrow x^2-4$$

$plot(f)$

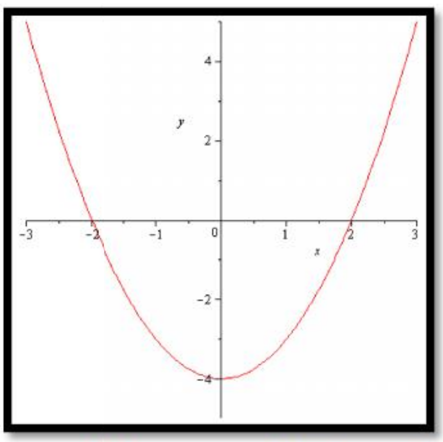


Si se quiere afinar más en la representación se le puede indicar al programa los límites de la variable independiente o dependiente

$plot(f(x), x=-3..3)$



$plot(f(x), x=-3..3, y=-5..5)$



Cabe la posibilidad de pintar varias gráficas sobre los mismos ejes, sin más que observar la precaución de colocar los mismos límites para todas las funciones:

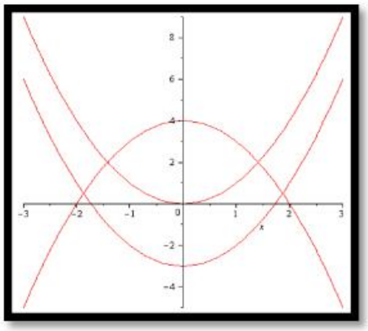
$with(plots):$

$p1 := plot(x^2, x = -3..3):$

$p2 := plot(x^2 - 3, x = -3..3):$

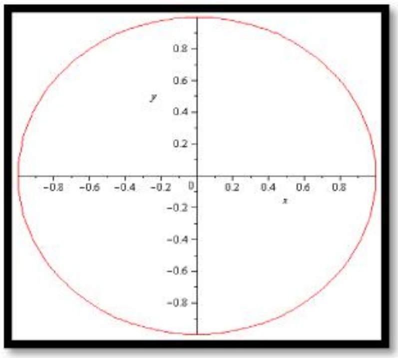
$p3 := plot(-x^2 + 4, x = -3..3):$

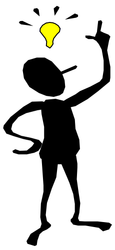
$display(p1, p2, p3)$



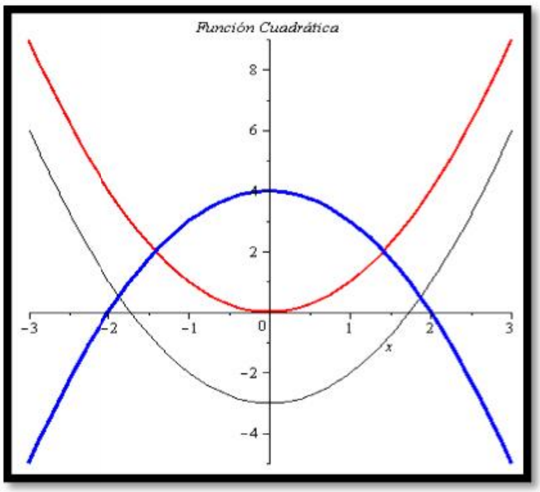
Es posible dibujar curvas con sus ecuaciones implícitas:

$implicitplot(x^2 + y^2 = 1, x = -1..1, y = -2..2)$





Por último diremos que Maple ofrece gran cantidad de opciones y estilo de representación gráficas, tales como el espesor de la línea que puede variar de 0 a 3, $(thickness = a)$ la posibilidad de inscribir un titulo a la gráfica $(title = \text{Función Cuadrática})$ o el color $(color = red)$:



LÍMITES

Definición de Límite: Para entender el concepto de límite nos apoyaremos en el criterio de convergencia de Cauchy, es decir nos plantearemos a donde "se acerca" la función f cuando "x se acerca a a"en el epígrafe anterior explicábamos el comando $map(f,P)$ que será de gran utilidad:

$f := x -> \frac{x-2}{x^2-9}$

$$f := x \rightarrow \frac{x-2}{x^2-9}$$

$P := [3.2,3.1,3.05,3.001,2.8,2.9,2.95,2.99]$

$map(f,P)$

$$[0.9677419355, 1.803278689, 3.471074380, 166.8055324, -0.6896551724, -1.525423729, -3.193277311, -16.52754591]$$

Se verifica que cuando nos acercamos por la izquierda a 3, la función toma valores negativos cada vez más pequeños y por la derecha valores positivos cada vez más grandes, lo que nos hace pensar que por la izquierda "se va" a menos infinito y por la derecha a más infinito.

Sin embargo, si lo que se quiere es crear una sucesión de números que tiende a a es preferible mejor realizarlo como se muestra en el siguiente ejemplo:

$evalf\left(seq\left(f\left(3+\left(\frac{1}{2}\right)^n\right), n=1..8\right), 7\right)$

$$0.4615385, 0.8000000, 1.469388, 2.804124, 5.471503, 10.80519, 21.47204, 42.80547$$

Es decir se le ha pedido al programa que valore f desde $3+\frac{1}{2}$ hasta $3+\left(\frac{1}{2}\right)^8$ con siete cifras. Por la izquierda se haría igual:

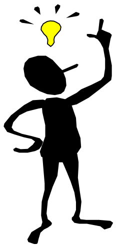
$evalf\left(seq\left(f\left(3-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right), n=1..8\right), 7\right)$

$$-0.1818182, -0.5217391, -1.191489, -2.526316, -5.193717, -10.52742, -21.19426, -42.52769$$

Veamos un segundo ejemplo donde los límites laterales sean iguales:

$$f := x -> \frac{x}{3-3x}$$

$$f := x \to \frac{x}{3-3x}$$



$$P := [3.2, 3.1, 3.05, 3.001, 2.8, 2.9, 2.95, 2.99]$$

$$map(f, P)$$

$$[-0.4848484848, -0.4920634921, -0.4959349593, -0.4999167083, -0.5185185185, -0.5087719298, -0.5042735043, -0.5008375209]$$

Luego parece que tanto por la izquierda como por la derecha la función se aproxima a 0.5 veamos que ocurre a continuación al valor la función desde $3-\frac{1}{2}$ hasta $3-\left(\frac{1}{2}\right)^8$:

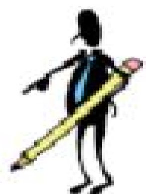
$$evalf\left(seq\left(f\left(3-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right), n=1..8\right), 7\right)$$

$$-0.5555556, -0.5238095, -0.5111111, -0.5053763, -0.5026455, -0.5013123, -0.5006536, -0.5003262$$

Calculo de límites: para calcular el límite de una función f cuando x tiende a un número a podemos definir la función con anterioridad al cálculo del límite:

$$f := x -> 3*x^5 - \frac{7}{x^3} - 3*x^6$$

$$f := x \to 3x^5 - \frac{7}{x^3} - 3x^6$$



$$\lim it(f, x=1)$$

$$-7$$

O bien escribir directamente su expresión algebraica:

Figuras, propuestas por: www.matemáticasbachilleratos.com

$$límit\left(3*x^5 - \frac{7}{x^3} - 3*x^6, x=1\right)$$

$$-7$$

Si la sentencia que ordena el cálculo del límite comienza por mayúscula lo que se obtiene es la forma no operativa o muerta del mismo:

$$Límit\left(f(x), x=1\right)$$

$$\lim_{x\to 1}\left(3x^5-\frac{7}{x^3}-3x^6\right)$$

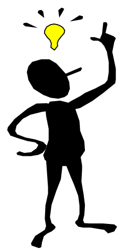
$$Límit\left(3*x^5-\frac{7}{x^3}-3*x^6, x=1\right)$$

$$\lim_{x\to 1}\left(3x^5-\frac{7}{x^3}-3x^6\right)$$

Con lo que se gana presentación claridad y orden si las utilizamos juntas:

$$Límit\left(f, x=1\right)=límit\left(f, x=1\right)$$

$$\lim_{x\to 1}\left(3x^5-\frac{7}{x^3}-3x^6\right)=-7$$



De otra forma:

$$Límit\left(3*x^5-\frac{7}{x^3}-3*x^6, x=1\right)=límit\left(3*x^5-\frac{7}{x^3}-3*x^6, x=1\right)$$

$$\lim_{x\to 1}\left(3x^5-\frac{7}{x^3}-3x^6\right)=-7$$

Para calcular límites por la izquierda o por la derecha basta con indicarlo:

$$f:=x->\frac{x}{(x-2)}$$

$$f:=x\to\frac{x}{(x-2)}$$

$$límit\left(f(x), x=2\right)$$

$$undefined$$

$$límit\left(f(x), x=2, left\right)$$

$$-\infty$$

$límit\left(f(x), x = 2, right\right)$

$$\infty$$

Cuando se quiere calcular el límite x cuando tiende a infinito o menos infinito:

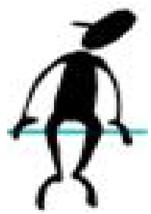
$límit\left(f(x), x = \text{infinity}\right)$

$$1$$

$límit\left(f(x), x = -\text{infinity}\right)$

$$1$$

Asíntotas: Para el cálculo de asíntotas no hay que incluir ningún comando nuevo sin embargo vamos a exponer un ejemplo de una función racional $f(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$ para el cálculo de sus asíntotas:



$f := x -> \dfrac{p(x)}{q(x)}$

$$f := x \to \frac{p(x)}{q(x)}$$

Asíntotas verticales: Las asíntotas verticales son las rectas de la forma $x = a$ tales $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$ lo que implica en el caso que nos ocupa que sea solución de la ecuación $q(x) = 0$, por ejemplo:

$f := x -> \dfrac{1}{(x-1)}$

$$f := x \to \frac{1}{(x-1)}$$

Luego según dicho antes la asíntota vertical estará en $x = 1$ veámoslo calculando el limite correspondiente

$límit\left(f(x), x = 1\right)$

$$undefined$$

$límit\left(f(x), x = 1, left\right)$

$$-\infty$$

$límit\left(f(x), x = 1, right\right)$

$$\infty$$

Asíntotas Horizontales: Las asíntotas horizontales son rectas de la forma: $y = b$ tales que $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = b$ de donde lo único que hay que realizar para su obtención es el límite mencionado:

$$f := x -> \frac{x^2 - 3}{3x^2 - 5x^5}$$

$$f := x \to \frac{x^2 - 3}{3x^2 - 5x^5}$$

$$límit\left(f(x), x = \text{infinity}\right)$$

$$0$$

Con lo que la asíntota horizontal será: $y = 0$

Asíntotas Oblicuas: Las asíntotas oblicuas son rectas de la forma: $y = ax + b$ tales que cuando x tiende más o menos infinitos, la función se aproxima a ella para calcular se tiene que $a = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$ y que $b = \lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x) - ax\right)$ veamos un ejemplo:

$$f := x -> \frac{x^2}{x - 5}$$

$$f := x \to \frac{x^2}{x - 5}$$

$$límit\left(\frac{f(x)}{x}, x = \text{infinity}\right)$$

$$1$$

$$límit\left(f(x) - x, x = \text{infinity}\right)$$

$$5$$

De donde la asíntota oblicua será: $y = x + 5$

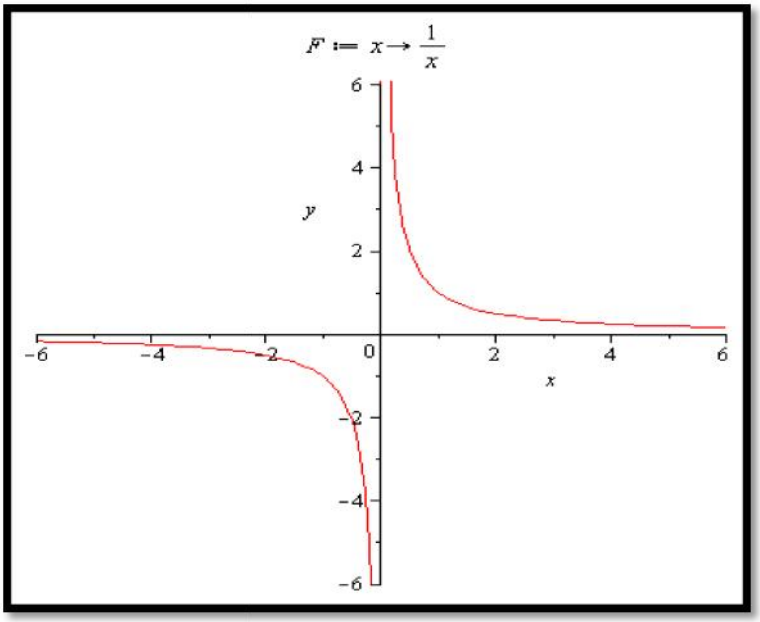
Continuidad: en el estudio de la continuidad tenemos la opción de dibujar la gráfica de la función, se estudiara analíticamente con las herramientas detalladas en el epígrafe de funciones:

$F := x -> \frac{1}{x}$

$$F := x \rightarrow \frac{1}{x}$$

La representamos y veamos donde es continua:

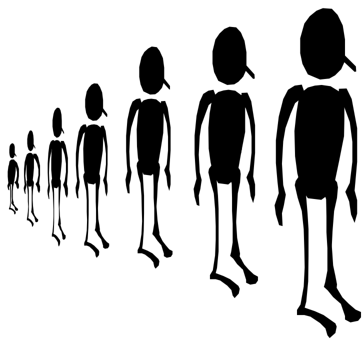
$plot(F(x), x = -6..6, y = -6..6)$



Con lo que se puede observar que la función deja de ser continúa en $x = 0$ a continuación un ejemplo de estudio de continuidad con piecewise:

$F := piecewise(x < 1.3 * x^2 - 7, 1 \leq x, 5 * x^2 - 3 * x, x > 3, 4)$

$$F := \begin{cases} 3x^2 - 7, x < 1 \\ 5x^5 - 3x, 1 \leq x \\ 4 \qquad\quad ,3 < x \end{cases}$$



Vamos a ver si la función es continua en $x = 1$

$límit(F, x = 1, right)$

Autor: William Oswaldo Flores López
Tutor: Msc Eugenio López Mairena

$límit(F, x=1, left)$

$$-4$$

De donde la función deja de ser continua en $x=1$ sin embargo también cabe la opción de estudiar la continuidad en un intervalo de modo automático, tal y como se indica a continuación:

$readlib(iscont)$

$f := x -> abs(x^2-1)$

$$f := x \to |x^2-1|$$

$iscont(abs(x^2-1), x=-2..2)$

$$true$$

DERIVADAS

Derivada: sabemos que la derivada de una función g en un punto a viene dada a través de la forma:

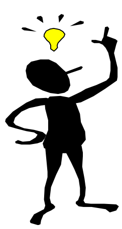
$Limit\left(\left(\frac{(g(x+h)-g(x))}{h}\right), h=0\right)$

$$\lim_{h\to 0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$

Lo primero que haremos será obtener la derivada de una función con la definición:

$f := x -> 4*x^2-6*x-9$

$$f := x \to 4x^2-6x-9$$



$p := \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$\frac{4(x+h)^2-6h-4x^2}{h}$$

$límit(f(x), h=0)$

$$8x-6$$

Derivadas Laterales: sabemos que para que una función sea derivable debe existir y coincidir sus derivadas laterales, pues en caso contrario estaríamos ante un punto anguloso. Veamos a continuación un ejemplo de cálculo de derivadas laterales utilizando la definición:

$f := x -> abs(x-1)$

$$f := x \to |x-1|$$

$assume(h>0)$

$p := \left(\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}\right)$

$$1$$

$límit(p, h=0)$

$$1$$

$assume(h<0)$

$q := \left(\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}\right)$

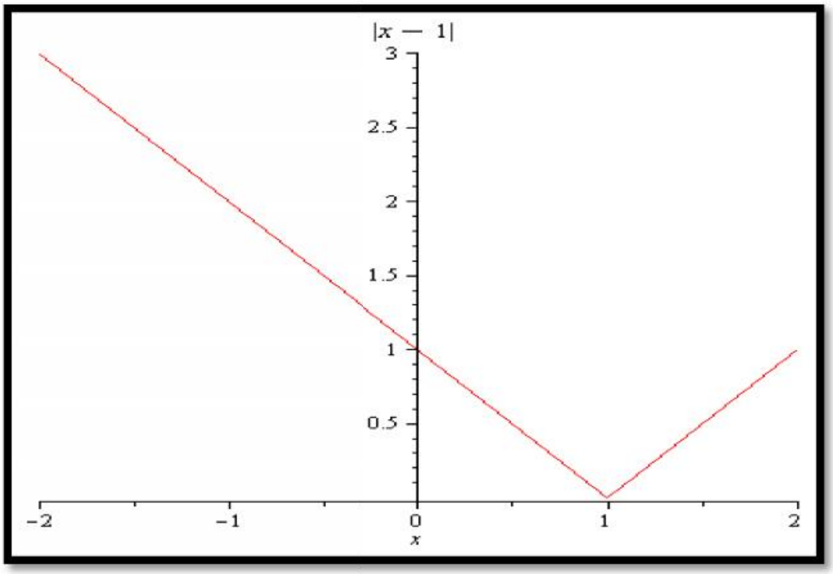
$$-1$$

$límit(q, h=0)$

$$-1$$

Con lo que las derivadas laterales no coinciden en $x=1$ y por tanto la función deja de ser derivable en dicho punto. Se puede observar lo anterior desde el punto de vista gráfico representando gráficamente la función:

$plot(f(x), x=-2..2)$



Luego desde el punto de vista gráfico el hecho de que no coincidan las derivadas laterales se manifiestan con un “ángulo” en la gráfica de la función.

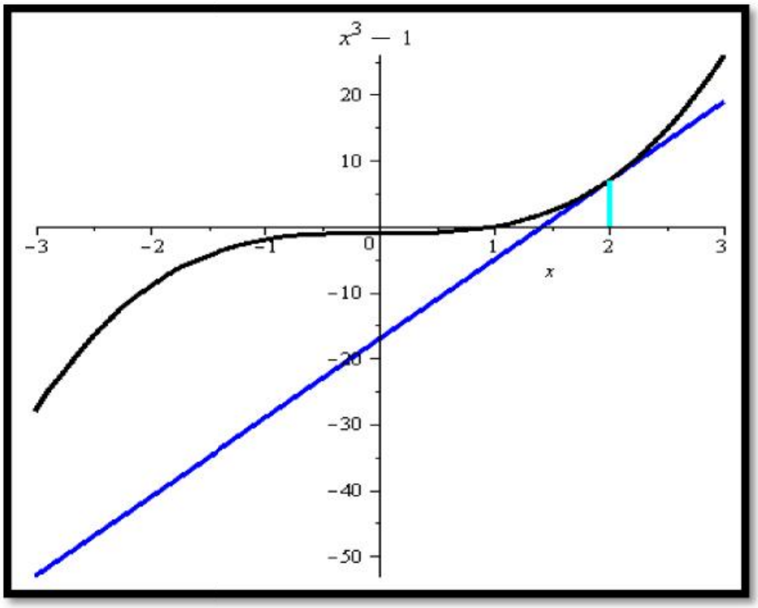
Interpretación geométrica del concepto de derivada: Es bien sabido por todos y todas que la derivada de una función f en un punto a coincide con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(a, f(a))$ a continuación haremos patente lo anterior a través de un ejemplo:

$f := x -> x^3 - 1$

$$f := x \to x^3 - 1$$

$with(student)$

$shwtángent(f(x), x = 2, x = -3..3, color = black)$



Es decir gracias al comando anterior se representan sobre los mismos ejes las gráficas de la función y la recta tangente a esta en el punto que se quiera.

Seguidamente calcularemos la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en $x = 2$ a través del comando slope, que calcula la pendiente de la recta que pasa por dos puntos:

$p := slope([2 + h, f(2 + h)], [2, f(h)])$

$$\frac{(2 + h)^3 - 8}{h}$$

$límit(p, h = 0)$

Que justamente la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en $(2, f(2))$, además este valor coincide con el de la derivada en $x = 2$ veámoslo:

$$q := \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$\frac{(2+h)^3 - 8}{h}$$

$$límit(q, h = 0)$$

$$12$$

Calculo automático de derivadas: para calcular la derivada de una función, igual que ocurre en el cálculo automático de límites, se puede definir la función con anterioridad:

$$f := x -> x^4 - 5 * x^4 - \frac{7}{x^3}$$

$$f := x \to 4x^4 - \frac{7}{x^3}$$

$$diff(f(x), x)$$

$$16x^3 + \frac{21}{x^4}$$

O bien aplicarle directamente la sentencia a su exposición algebraica:

$$diff(\sin(7 * x^5 - 6 * x), x)$$

$$\cos(7x^5 - 6x)(35x^4 - 6)$$

Si los comandos empiezan por letra mayúscula se obtiene la forma muerta de la sentencia, lo cual es bastante útil para expresar con claridad los resultados:

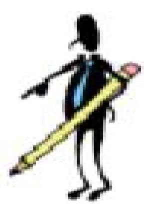
$$Diff(\sin(7 * x^5 - 6 * x), x) = diff(\sin(7 * x^5 - 6 * x), x)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\sin(7x^5 - 6x)) = \cos(7x^5 - 6x)(35x^4 - 6)$$

Si lo que se desea saber el valor el valor de la derivada de una función en un punto hasta sustituirlo en función derivada por ejemplo:

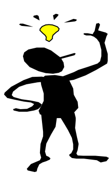
$$G := x -> 3 * x + \cos(3^x + 5 * x^2)$$

$$G := x \to 3x + \cos(3^x + 5x^2)$$



$$diff(G(x), x)$$

$$3 - \sin(3^x + 5x^2)(3^x \ln(3) + 10x)$$



$$H := unapply\ (G(x), x)$$

$$H := x \to 3x + \cos(3^x + 5x^2)$$

$H(9)$

$$27+\cos(20088)$$

$evalf(\%)$

$$27.79208887$$

LA INTEGRAL

La integral indefinida: Maple permite calcular primitivas de forma implícita los distintos métodos de integración, así que para calcular la integral de una función basta seguir los siguientes pasos:

$\mathrm{int}(x^2-3*x,x)$

$$\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2$$

Para comprobar que está bien podemos derivar el resultado:

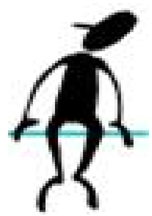
$diff(\%,x)$

$$x^2-3x$$

También se puede definir primero la función a integrar:

$f:=x->\dfrac{x^2-3*x}{x^3}$

$$f:=x\to\frac{x^2-3x}{x^3}$$



$\mathrm{int}(f(x),x)$

$$\ln(x)+\frac{3}{x}$$

Si la sentencia anterior comienza por mayúsculas obtenemos la forma muerta correspondiente:

$Int(f(x),x)$

$$\int\frac{x^2-3x}{x^3}dx$$

$Int(f(x),x)=\mathrm{int}(f(x),x)$

$$\int\frac{x^2-3x}{x^3}dx=\ln(x)+\frac{3}{x}$$

Con el siguiente ejercicio pondremos a prueba la potencia de Maple para la solución de problemas:

$$Int\left(\frac{3}{x^7-5*x^6+3*x^5+17x^4-16x^3-24x^2+16x+16},x\right)=\operatorname{int}\left(\frac{3}{x^7-5*x^6+3*x^5+17x^4-16x^3-24x^2+16x+16},x\right)$$

$$\int\left(\frac{3}{x^7-5*x^6+3*x^5+17x^4-16x^3-24x^2+16x+16}\right)dx=-\frac{1}{54}\left(\frac{1}{(1+x)^2}\right)-\frac{4}{81}\left(\frac{1}{x+1}\right)+\frac{10}{243}\ln(1+x)-$$
$$\frac{1}{27}\left(\frac{1}{(x-2)^3}\right)+\frac{1}{18}\left(\frac{1}{(x-2)^2}\right)-\frac{2}{27}\left(\frac{1}{(x-2)}\right)-\frac{10}{243}\ln(x-2)$$

EJERCICIOS

En los siguientes ejercicios de afincamiento, utilice Maple, para darle solución:

I. Calcule los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\to\infty}(3x^2+5)$
2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-3x}{x^3-5x}\right)$
3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x$
4. $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{x}{x-2}\right)$
5. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\right)$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{senx}\right)$
7. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{e^x-e^{senx}}{1-\cos x}\right)$
8. $\lim\limits_{x\to\infty}(3x^2-6x)$

II. Calcule la primera derivada en los siguientes ejercicios:

1) $f(x)=3x^3+\frac{2}{3}x^2-x+3\sqrt[3]{x}$	2) $f(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}-2-\frac{3}{x}+\frac{6}{x^3}$	3) $f(x)=x\sqrt{x}+\frac{1}{x^2\sqrt{x}}-\frac{3}{x\sqrt[3]{x^2}}$
4) $f(x)=\frac{3x^2\sqrt[4]{x}-2x\sqrt{x}}{5\sqrt[4]{x^3}}$	5) $f(x)=x^2senx+\sqrt{x}\cos x$	6) $f(x)=x^3\ln x-\frac{1}{\sqrt{x}}tgx$
7) $f(x)=\frac{ctgx}{\sqrt[3]{x^2}}-e^x$	8) $f(x)=e^x senx+e^x\cos x$	9) $f(x)=4^x arcsenx$
10) $f(x)=\sqrt{x}arctgx$	11) $f(x)=\frac{5x-2}{4x^2-1}$	12) $f(x)=\frac{x+e^x}{x-e^x}$

III. Evalúe las integrales siguientes:

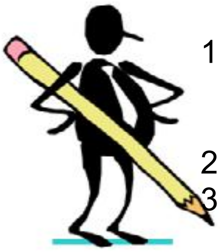
1. $\int x^3(2x^4-12)^{12}\,dx$
2. $\int (x^2+1)(\sqrt{x^3+x})\,dx$
3. $\int \frac{6x+1}{\sqrt{10+x+3x^2}}\,dx$
4. $\int \frac{Cosx}{16-Sen^2x}\,dx$
5. $\int \frac{Senx}{1+Cos^2x}\,dx$
6. $\int \frac{1}{x^3}\,dx$
7. $\int \sqrt{x}\,dx$
8. $\int 2senx\,dx$
9. $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}}\,dx$
10. $\int (x+1)\,dx$

Fase de Introducción

Autor: William Oswaldo Flores López
Tutor: Msc Eugenio López Mairena

IV. FASE DE INTRODUCCIÓN	
Contenido:	➢ Integral Definida ➢ Propiedades de la Integral Definida ➢ Área de la Región en un plano ➢ Aplicaciones a la Economía
Estrategias Metodológicas:	Repaso oral de conocimientos adquiridos en el nivel anterior, test diagnóstico, trabajos individuales y grupales, visualización conjunta de la realidad.
Medios	Pizarra, data show, ideas de los estudiantes y clases participativas.
Software Educativo:	Maple
Aula Virtual	htpp://campusng.uraccan.edu.ni/
Materiales:	Textos, Objetos de la realidad, contexto, marcadores.
Tiempo:	16 Horas clase.
Objetivos:	Potenciar en los participantes el empleo de las integrales y sus técnicas para la solución de problemas reales relacionados con los tópicos torales de las carreras de administración de empresas e informática. Desarrollar hábitos de razonamiento lógico abstracto, actividad que favorecerá e incentivará al profesional del futuro en la búsqueda de soluciones reales de los problemas conexos con la economía, la administración y las finanzas y sus relaciones con otras ciencias afines. Presentar de manera visual el concepto de integral definida y sus propiedades utilizando entornos informáticos para fomentar las aplicaciones de la integral definida con soluciones reales
Procedimientos:	Empleen los conceptos y teoremas de derivadas e integrales de funciones trigonométricas, logarítmicas y exponenciales en una variable para resolver ejercicios y problemas de carácter económico y administrativos. Usen diferentes criterios para evaluar integrales en la solución de problemas relacionados con la administración, la economía, las finanzas y sus vínculos con otras ciencias. Interpreten y dominen la definición y notación de la integral y sus aplicaciones.

ORIENTACIONES METODOLÓGICAS PARA LA FASE DE EXPLORACIÓN



1. Iniciar realizando una exposición de la historia del origen del cálculo, y la definición de integral definida, resaltar a sus utilidades para el desarrollo de la enseñanza de la matemática.
2. Empezar a definir las propiedades de la integral definida.
3. Utilizar el cálculo de área de una región plana con Maple para desarrollar de las definiciones para afianzar el conocimiento.
4. Introducir la clase a partir del contexto social, ir viendo las distintas utilidades de la integral definida y de las tecnologías de la información y comunicación.
5. Asignar siempre en los equipos de trabajo un ó una estudiante monitor para que los equipos puedan trabajar de manera guiada.

ACTIVIDADES DE MOTIVACIÓN

Cada estudiante reflexione la frase de Newton ***"Lo que sabemos es una gota de agua; lo que ignoramos es el océano"***, luego la comentaran con sus compañeros y docente además la utilizarán para responder las siguientes preguntas ¿Qué es la integral definida? ¿Qué saben acerca de ingreso neto, ingreso parcial, superávit, oferta y demanda? De forma oral.

El docente puede brindar una pequeña reseña histórica de donde nace el significado de estas palabras ocupada en la economía, y las aplicaciones que se llevan al cálculo.

Hablar con las y los estudiantes sobre la importancia que tienen está aplicaciones y que la integral definida es una herramienta para darle solución a este tipo de problema que se debaten en la economía y con las tecnologías de información y comunicación se da una mejor interpretación de estas aplicaciones.

I. SESIÓN

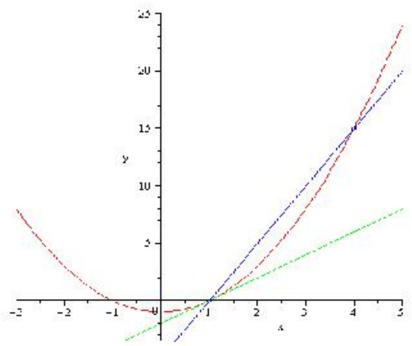
Expositiva: *Integral definida*

"Sobre las cosas que no se conocen siempre se tiene mejor opinión" Leibniz.

Medios: a través del data show realizar la presentación sobre la historia del cálculo y animarla con Maple, después utilizar la pizarra.

Situación Didáctica: Las y los estudiantes vinculen la historia del cálculo con el comienzo de la geometría analítica, que les permitan conocer por el interés de Descarte sobre la optimización de la tangente le apertura a nuevos estudios con los que llega al teorema fundamental del cálculo.

El camino hacia un cálculo sin límite comenzó con Descartes. En La Geometría (1637), Descartes describe un método para encontrar tangentes a las curvas algebraicas. Conceptualmente.



Descartes descubrió una simplificación poco de la Geometría. Él describió su método modificado en una carta de 1638 a Claude después de segundo método de la publicación Hardy Descartes de las tangentes que tiene una raíz doble correspondiente a la todavía se basa en el sistema de puntos de tangencia, pero Descartes simplificó el procedimiento de sustitución del círculo con una línea y se utiliza la idea implícita pendiente (como la relación entre los lados de triángulos semejantes).

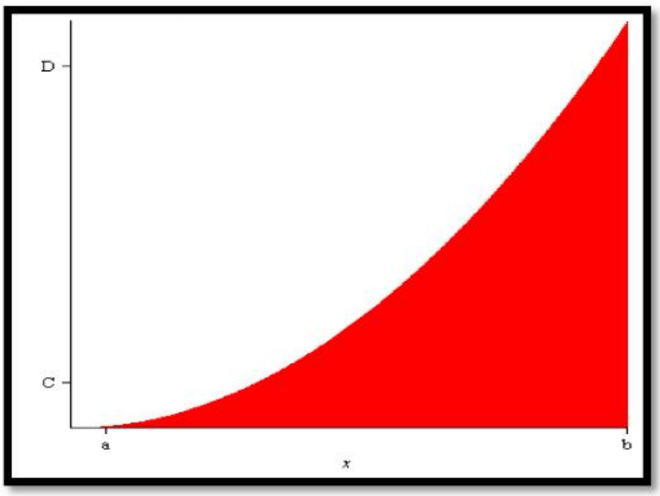
Isaac Barrow fue un teólogo, profesor y matemático inglés al que históricamente se le ha dado menos mérito en su papel en el desarrollo del cálculo moderno. En concreto, en su trabajo respecto a la tangente; por ejemplo, Barrow es famoso por haber sido el primero en calcular las tangentes en la curva de Kappa.

Durante la segunda mitad del siglo XVII, Newton y Leibniz, dieron un paso decisivo en las matemáticas de las magnitudes variables, al sentar la base del cálculo diferencial e integral, esto fue el verdadero comienzo del análisis, puesto que el objeto de este cálculo son las propiedades de las funciones mismas distinto del objeto de la geometría analítica, que son las figuras geométricas.

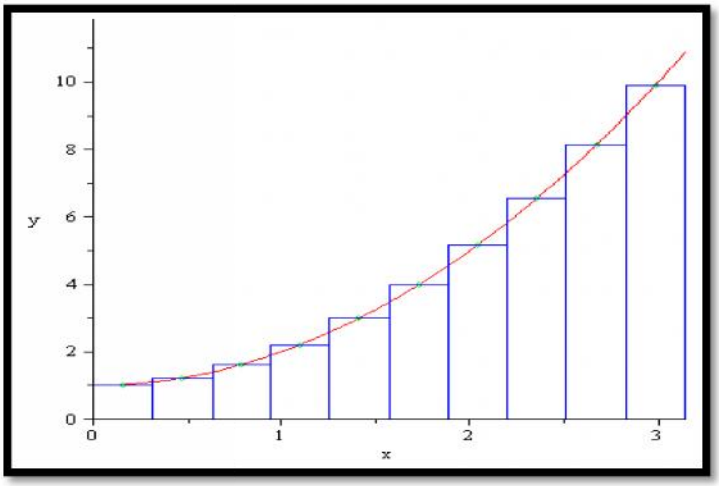
De hecho lo que hicieron Newton y Leibniz, fue completar esa cantidad inmensa de trabajo que habían desarrollado, hasta entonces muchos matemáticos, y que se extendía hasta los métodos de determinación de área y volúmenes empleados por los antiguos matemáticos griegos. En general el cálculo integral tiene su origen histórico en las necesidades de resolver problemas concretos, uno de cuyos ejemplos más concretos es el cálculo de área **(AlekSandrov, 1976, p. 163).**

La integral es continuación de la idea de área, que las y los estudiantes conocen desde los primeros días de la escuela, y como propone **Turégano (1998)**: No entenderían los estudiantes más fácilmente que al pasar de la geometría al análisis, nada ha cambiado sino el lenguaje, que era más geométrico antes, pero más analítico después **(p. 236).**

Definición: El concepto de **integral definida** está relacionado con el valor que determina el área bajo la curva dada por una función $f(x)$ en el intervalo $[a,b]$



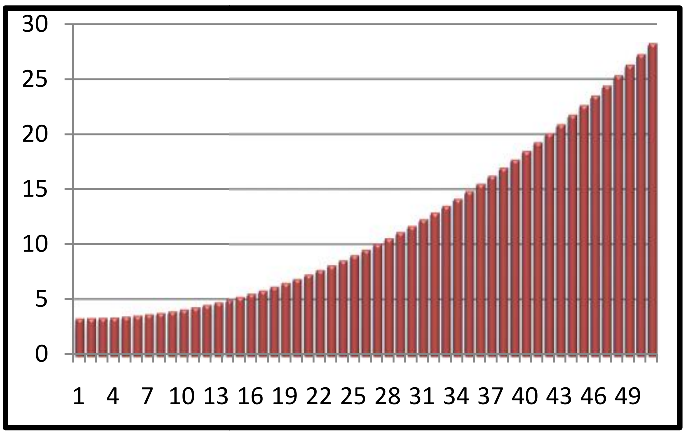
Uno de los primeros pasos para llegar a este concepto fue desarrollado por el matemático Alemán **Georg Friedrich Bernhard Riemann en el año 1851**, quien abordo el cálculo del área con particiones rectangulares, como se muestra en la siguiente gráfica:



El hallar el área aproximada bajo la curva por suma de n áreas rectangulares de igual ancho Δx y por la función $f(x)$ está dada por:

$$A = \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x$$

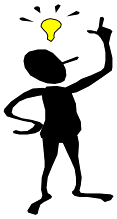
Con la siguiente animación podemos observar que el área exacta bajo la curva se da por la suma de infinitas particiones rectangulares:



Luego el área exacta es el límite de estas sumas, llamadas sumas de Riemann:

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x$$

En general positiva o negativa la función se da la siguiente definición. La integral de la función f desde a hasta b es:



$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x$$

Para cualquiera función f definida en el intervalo $[a,b]$ para cual existe el límite.

La letra griega $\sum$ indica suma; esto mismo hace la "S" alargada, $\int$ que se usa como símbolo para la integral. Los límites de la integración, inferior a y superior b indican el intervalo en el que se está integrando.

Si f es continua y $f(x)\geq 0$, en el intervalo $[a,b]$ entonces el área bajo la curva en el intervalo $[a,b]$:

$$\int_a^b f(x)dx$$

En otras palabras la integral es definida por que da como resultado un valor numérico.

Interactiva:

Situación Didáctica: Con la ayuda del programa Maple, las y los estudiantes pueden visualizar la interpretación geométrica de la suma de **Riemann**, a través de las funciones escalonadas por la izquierda, "leftbox", por la derecha "rightbox" y por el centro "middlebox", por lo que también encontraremos las sumas a través de los comandos "leftsum", "rightsum", y "middlesum".

Queremos obtener la interpretación geométrica de la suma de **Riemann**, en la siguiente función $f(x) = -x^2 + 4$ en el intervalo $x = -2$ y $x = 2$ para nuestro propósito realizamos una partición en 12 partes el intervalo, comenzamos por la función escalonada que se aproxima por la izquierda, para lo cual después de "leftbox", se teclea $f(x)$ seguido por los extremos del intervalo y de el numero de partes en que se dividirá este, todo entre paréntesis, separado por comas.

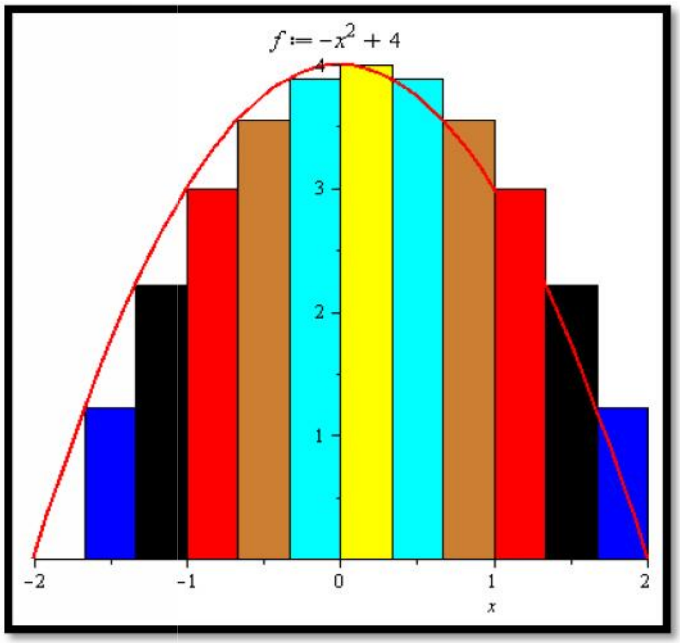
$with(student):$

$with(plots):$

$f := -x^2 + 4$

$$-x^2 + 4$$

$leftbox(f(x), x = -2..2, 12)$



Se puede observar por la izquierda, que en la gráfica de la función $f(x) = -x^2 + 4$ en el intervalo $(-2,0)$ los rectángulos están bajo la curva. A continuación se calcula la suma correspondiente:

$leftsum(f(x), x = -2..2, 12)$

$$\frac{1}{3}\left(\sum_{i=0}^{11}\left(-\left(-2+\frac{1}{3}i\left(-2+\frac{1}{3}i\right)\right)^2+4\right)\right)$$

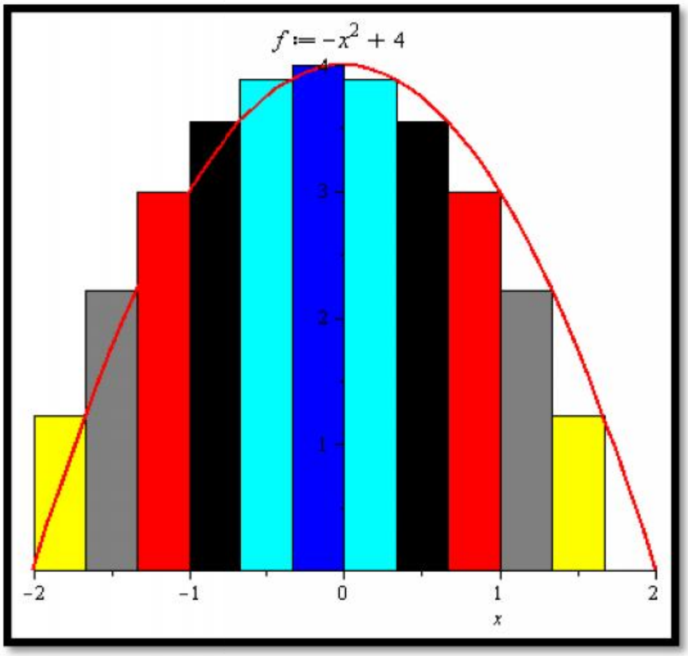
$value(\%)$

$$\frac{286}{27}$$

$evalf\left(\frac{286}{27}\right)$

$$10.59259259$$

Procedemos de modo análogo por la derecha aproximaciones:
$rightbox(f(x), x = -2..2, 12)$



Se puede observar por la derecha, que en la gráfica de la función $f(x) = -x^2 + 4$ en el intervalo $(0,2)$ los rectángulos están bajo la curva. A continuación se calcula la suma correspondiente:

$rightsum(f(x), x = -2..2, 12)$

$$\frac{1}{3}\left(\sum_{i=0}^{11}\left(-\left(-2+\frac{1}{3}i\left(-2+\frac{1}{3}i\right)\right)^2+4\right)\right)$$

$value(\%)$

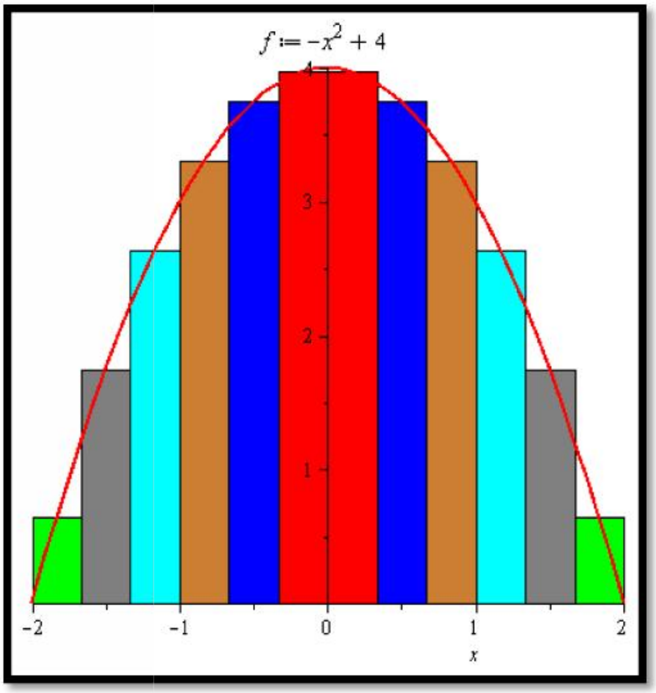
$$\frac{286}{27}$$

$evalf\left(\frac{286}{27}\right)$

$$10.59259259$$

Ahora visualizaremos por en medio:

$middlebox(f(x), x=-2..2,12)$



Se puede observar por en medio, que en la gráfica de la función $f(x) = -x^2 + 4$ los rectángulos de color rojo están bajo la curva. A continuación se calcula la suma correspondiente:

$middlesum(f(x), x=-2..2,12)$

$$\frac{1}{3}\left(\sum_{i=0}^{11}\left(-\left(-2+\frac{1}{3}i\left(-2+\frac{1}{3}i\right)\right)^2+4\right)\right)$$

$value(\%)$

$$\frac{286}{27}$$

$evalf\left(\frac{286}{27}\right)$

$$10.59259259$$

Si comparamos los tres resultados veremos que son muy próximos.

II. SESIÓN

Expositiva: Propiedades de la Integral definida

"Si consigo ver más lejos es porque he conseguido auparme a hombros de gigantes" Newton.

Medios: pizarra, borrador, marcador, material para la clase, Maple.

Situación Didáctica: La definición de la integral definida, es conveniente para las y los estudiante, pero ahora se tratara de extender la definición, donde estudiaremos las propiedades, en este caso utilizaremos la pizarra para ir construyendo cada propiedad.

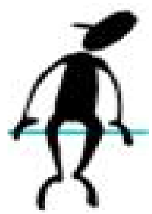
1. **Propiedad de Linealidad:** Suponga que f y g son integrables en el intervalo $[a,b]$ y sea $k \in \Re$ entonces:

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b [f(x)]dx \pm \int_a^b [g(x)]dx$$

$$\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$$

2. **Propiedad de Aditividad:** Si f es integrable en un intervalo que contiene a los puntos a, b y c donde no importa su orden entonces:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_b^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$



Por el teorema fundamental del Cálculo:

$$\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = F(c) - F(a) + F(b) - F(c) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx$$

3. Propiedad Comparación: Si f y g son integrables en el intervalo $[a,b]$ y $f(x) \leq g(x)$, $\forall x \in [a,b]$, si entonces:

$$\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$$

4. Propiedad de Acotamiento: Si f es integrables en el intervalo $[a,b]$ y si $m \leq f(x) \leq M$, $\forall x \in [a,b]$, si entonces:

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

5. **Propiedad de sustitución:** Supóngase g que tiene una derivada continua en el intervalo $[a,b]$ y sea f continua en el rango de g entonces:

$$\int_{x=a}^{x=b} f(g(x))g'(x)dx = \int_{t=g(b)}^{t=g(b)} f(t)dt \therefore t = g(x)$$

6. Propiedad de Simetría:

1. Si f es una función par entonces:

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$$

2. Si f es una función impar entonces:

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$$

7. **Propiedad de Periodicidad:** Si f es periódica con periodo T, entonces:

$$\int_{a+T}^{b+T} f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$

8. **Propiedad de la derivada de una integral:** algunos actores le llaman el segundo teorema fundamental del cálculo, sea f una función continua en el intervalo $[a,b]$ y sea x un punto variable (a,b) entonces:

$$\frac{d}{dx}\left[\int_a^x f(t)dt\right] = f(x)$$

<u>Interactiva:</u>

Situación Didáctica: A partir de los conocimientos adquiridos por las y los estudiantes en la sección expositiva, resolveremos ejercicios aplicando las propiedades de la integral definida y también utilizaremos Maple para la comprobación de los ejercicios realizados en el aula.

1. $\int_0^2 x^2 dx$

Solución:

$$\int_0^2 x^2 dx = \left.\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{1}{3}\left[(2)^3 - (0)^3\right] = \frac{8}{3}$$

Con Maple realizamos de una manera directa con el comando de integración "int", y compraremos el resultado:

$\text{int}(x^2, x = 0..2)$

$$\frac{8}{3}$$

2. $\int_3^0 (x+2)dx =$

Solución:

$$\int_3^0 (x+2)dx = -\int_0^3 (x+2)dx = -\left[\left.\frac{x^2}{2}+2x\right]_0^3\right] = -\left[\frac{1}{2}\left[(3)^2-(0)^2\right]+2[3-0]\right] = -\left[\frac{9}{2}+6\right] =$$

$$\int_3^0 (x+2)dx == -\left[\frac{9+12}{2}\right] = -\frac{21}{2}$$

Usando Maple:

$\mathrm{int}(x+2, x=3..0)$

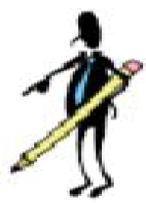
$$\frac{-21}{2}$$

3. $\int_0^3 \left(3x^2-4x+1\right)dx$

Solución:

$$\int_0^3 \left(3x^2-4x+1\right)dx = \int_0^3 3x^2dx - \int_0^3 4xdx + \int_0^3 dx$$

$$\Rightarrow \int_0^3 \left(3x^2-4x+1\right)dx = \frac{3x^3}{3} - 4\frac{1}{2}x^2 + x\Big]_0^3 = x^3-2x^2+x\Big]_0^3$$



$$\Rightarrow \int_0^3 \left(3x^2-4x+1\right)dx = (3)^3-2(3)^2+3-\left((0)^3-2(0)^2+0\right)$$

$$\Rightarrow \int_0^3 \left(3x^2-4x+1\right)dx = 27-18+3-0$$

$$\Rightarrow \int_0^3 \left(3x^2-4x+1\right)dx = 12$$

Usando Maple:

$\mathrm{int}\left(3x^2-4x+1, x=0..3\right)$

4. $\int_{-1}^{1} |x|\,dx$

Solución:

$$\int_{-1}^{1} |x|\,dx = \int_{-1}^{0} -x\,dx + \int_{0}^{1} x\,dx$$

$$\int_{-1}^{1} |x|\,dx = -\frac{x^2}{2}\Bigg]_{-1}^{0} + \frac{x^2}{2}\Bigg]_{0}^{1}$$

$$\int_{-1}^{1} |x|\,dx = -\frac{1}{2}\left[(0)^2 - (-1)^2\right] + \frac{1}{2}\left[(1)^2 - (0)^2\right]$$

$$\int_{-1}^{1} |x|\,dx = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\int_{-1}^{1} |x|\,dx = 1$$

Usando Maple:

$\operatorname{int}(|x|, x = -1..1)$

$$1$$

5. $\int_{-3}^{5} \left(y^3 - 4y\right)dy$

Solución:

$$\int_{-3}^{5} \left(y^3 - 4y\right)dy = \int_{-3}^{5} y^3\,dy - \int_{-3}^{5} 4y\,dy$$

$$\int_{-3}^{5} \left(y^3 - 4y\right)dy = \frac{y^4}{4} - 4\left(\frac{1}{2}y^2\right)\Bigg]_{-3}^{5} = \frac{y^4}{4} - 2y^2\Bigg]_{-3}^{5}$$

$$\int_{-3}^{5} \left(y^3 - 4y\right)dy = \frac{(5)^4}{4} - 2(5)^2 - \left(\frac{(-3)^4}{4} - 2(-3)^2\right)$$

$$\int_{-3}^{5} \left(y^3 - 4y\right)dy = \frac{625}{4} - 50 - \left(\frac{81}{4} - 18\right) = \frac{625}{4} - 50 - \frac{81}{4} + 18$$

$$\int_{-3}^{5} \left(y^3 - 4y\right)dy = \frac{544}{4} - 32 = 136 - 32 \Rightarrow \int_{-3}^{5} \left(y^3 - 4y\right)dy = 104$$

Utilizando Maple:

$\operatorname{int}\left(y^3-4y, x=-3..5\right)$

$$104$$

6. $\int_1^4 \sqrt{x}(2+x)dx$

Solución

$$\int_1^4 \sqrt{x}(2+x)dx = \int_1^4 x^{\frac{1}{2}}(2+x)dx = \int_1^4 2x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{3}{2}}dx$$

$$\int_1^4 \sqrt{x}(2+x)dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}\Big]_1^4$$

$$\int_1^4 \sqrt{x}(2+x)dx = \frac{4}{3}(4)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}(4)^{\frac{5}{2}} - \left(\frac{4}{3}(1)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}(1)^{\frac{5}{2}}\right)$$

$$\int_1^4 \sqrt{x}(2+x)dx = \frac{32}{3} + \frac{64}{5} - \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{5}\right)$$

$$\int_1^4 \sqrt{x}(2+x)dx = \frac{28}{3} + \frac{62}{5} = \frac{140+186}{15}$$

$$\int_1^4 \sqrt{x}(2+x)dx = \frac{326}{15}$$

Utilizando Maple:

$\operatorname{int}\left(\sqrt{x}(2+x), x=1..4\right)$

$$\frac{326}{15}$$

7. $\int_2^5 4dx$

Solución:

$$\int_2^5 4dx = 4x\Big]_2^5 \Rightarrow \int_2^5 4dx = 4(5-2) \Rightarrow \int_2^5 4dx = 12$$

Utilizando Maple:

$\operatorname{int}(4, x=2..5)$

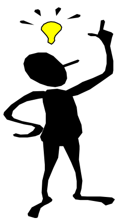
$$12$$

8. $\int_0^{\pi}(2senx+3\cos x+1)dx$

Solución:

$$\int_0^{\pi}(2senx+3\cos x+1)dx=\int_0^{\pi}(2senx)dx+\int_0^{\pi}(3\cos x)dx+\int_0^{\pi}dx$$

$$\Rightarrow\int_0^{\pi}(2senx+3\cos x+1)dx=2\int_0^{\pi}(senx)dx+3\int_0^{\pi}(\cos x)dx+\int_0^{\pi}dx$$



$$\Rightarrow\int_0^{\pi}(2senx+3\cos x+1)dx=2(2)+3(0)+\pi$$

$$\Rightarrow\int_0^{\pi}(2senx+3\cos x+1)dx=4+0+\pi$$

$$\Rightarrow\int_0^{\pi}(2senx+3\cos x+1)dx=4+\pi$$

Utilizando Maple:

$\operatorname{int}(2\sin(x)+3\cos(x)+1, x=0..Pi)$

$$4+\pi$$

9. $\int_3^7 2xdx$

Solución:

f Es una función polinomial, por lo que es continua en $\Re$ y en particular continua en $[3,7]$.

$f'(x)=2$ Siempre existe y nunca es 0, por lo que no tiene numero críticos.

$f(3)=2(3)=6$ Valor mínimo absoluto.

$f(7)=2(7)=21$ Valor máximo absoluto.

Por lo tanto:

$$6(7-3)\leq\int_3^7 2xdx\leq 14(7-3)\Leftrightarrow 24\leq\int_3^7 2xdx\leq 56$$

Por lo que el valor de la integral pertenece al intervalo $[24,56]$

.

10. $\int_0^1 \frac{z}{(z^2+1)^3}\,dz$

$$\int_0^1 \frac{z}{(z^2+1)^3}\,dz = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{2z}{(z^2+1)^3}\,dz$$

$$sea\ u = z^2+1 \Rightarrow du = 2zdz \quad \text{Además:}\begin{cases}\text{cuando } z=0, u=1\\ cuando\ z=1, u=2\end{cases}$$

$sustituyendo:$

$$\int_0^1 \frac{z}{(z^2+1)^3}\,dz = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{du}{u^3} = \frac{1}{2}\int_0^1 u^{-3}du \Rightarrow$$

$$\int_0^1 \frac{z}{(z^2+1)^3}\,dz = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}u^{-2}\Big]_1^2\right)$$

$$\int_0^1 \frac{z}{(z^2+1)^3}\,dz = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}(2)^{-2} - \left(-\frac{1}{2}(1)^{-2}\right)\right)$$

$$\int_0^1 \frac{z}{(z^2+1)^3}\,dz = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{8}\right)$$

$$\int_0^1 \frac{z}{(z^2+1)^3}\,dz = \frac{3}{16}$$

Utilizando Maple:

$$\operatorname{int}\left(\frac{z}{(z^2+1)^3}, z = 0..1\right)$$

$$\frac{3}{16}$$

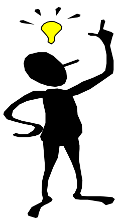
III. SESIÓN

Expositiva: Área de la región de un plano.

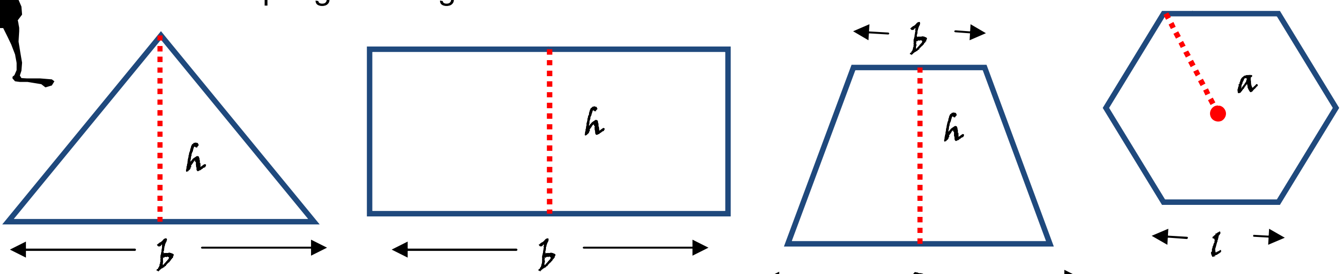
"Amar es encontrar en la felicidad de otro tu propia felicidad" Leibniz

Medios: pizarra, borrador, marcador, material elaborado para la clase, data show, aula de informática.

Situación Didáctica: El aprendizaje adquirido por las y los estudiantes en las propiedades de la integral definida y también en el cálculo de áreas de figuras planas serán las herramientas que nos permitirán desarrollar esta temática aplicando la integral definida, que es una técnica de gran importancia, y así mismo utilizaremos Maple para visualizar las áreas bajos las curvas.

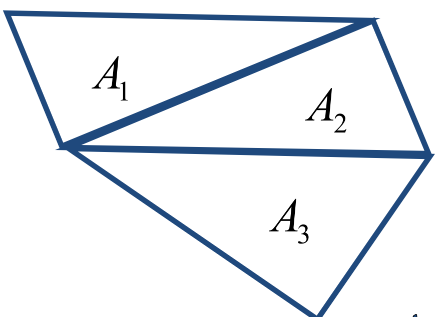


El cálculo de áreas es uno de los problemas más importantes de las matemáticas, lo que hasta ahora sabemos se refiere al área de figuras planas limitadas por segmentos, conocemos fórmulas para calcular el área de un triangulo cualquiera, el área de algunos cuadriláteros: paralelogramo, y trapecios, el área de de polígonos regulares:



$A=\frac{1}{2}bh$ $\quad$ $A=bh$ $\quad$ $A=\left(\frac{B+b}{2}\right)h$ $\quad$ $A=\left(\frac{nla}{2}\right)$

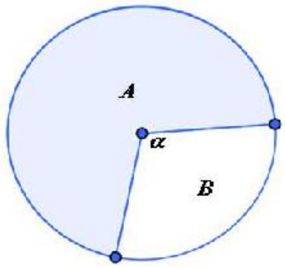
Cuando se necesita el área de un polígono cualquiera se descompone en triangulo lo que es triangular un polígono, donde calculamos sus áreas y las sumamos:



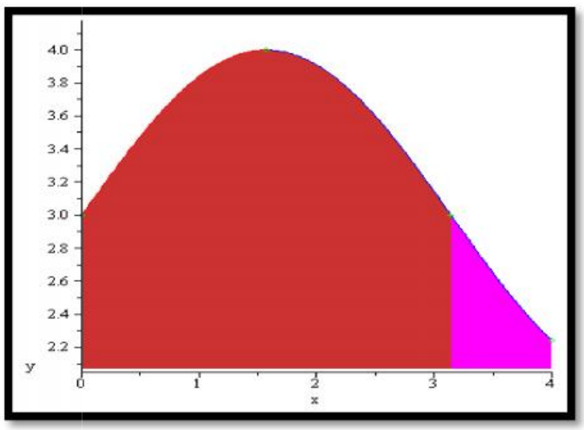
$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

También conocemos la fórmula para calcular el área del círculo y regiones derivadas, como sectores y segmentos circulares, en estas formula aparece por primera vez el numero π

$$A = \pi * r^2$$
$$B = \frac{\pi * r^2 * \alpha}{360}$$

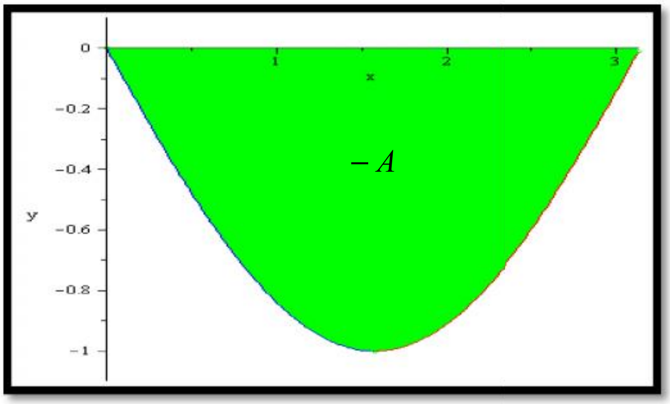


Ahora calcularemos el área de superficies limitadas por curvas, donde estudiaremos a las áreas de las regiones que quedan limitadas por gráficas de funciones conocidas en el eje x y dos rectas verticales de ecuaciones $x=a$ y $x=b$. Unos de los problemas a resolver es la determinación del área bajo una curva siendo una función $y = f(x)$



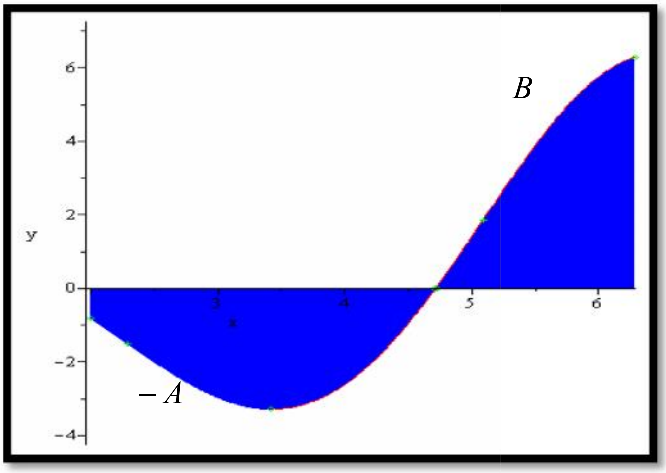
El cálculo integral proporciona las herramientas para dar solución a esta problemática. La integral $\int_a^b f(x)dx$ efectúa la suma de los productos $f(x)dx$ desde $x=a$ hasta $x=b$ el significado de esta suma depende del signo que tome la función f en el intervalo $[a,b]$ por lo que distinguimos tres casos:

1. Si $f(x)\geq 0$ en el intervalo $[a,b]$ la integral $\int_a^b f(x)dx$ es el área, pero si $f(x)\leq 0$ en el intervalo $[a,b]$ todos los sumandos $f(x)dx$ son negativos por tanto su suma calcula por la integral, nos da el área con signo negativo.



$$\int_a^b f(x)dx = -A$$

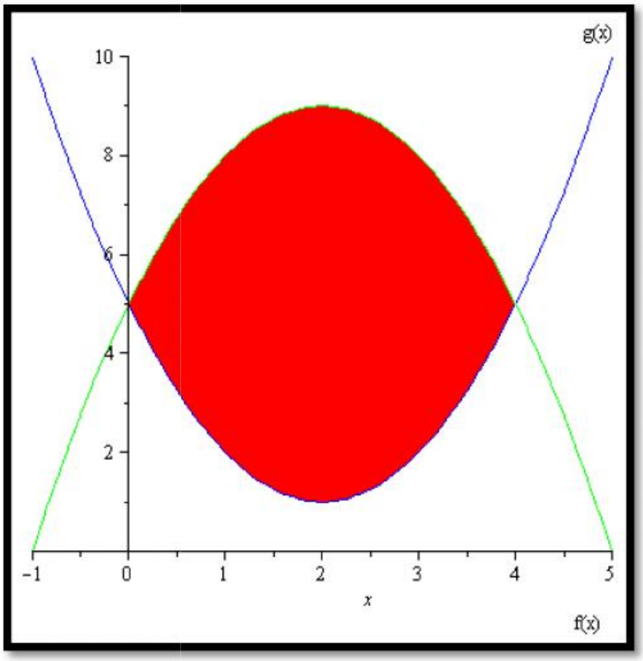
2. $f(x)$ Cambia de signo en el intervalo en este caso la integral no proporciona, esto se debe que las sumandos $f(x)dx$ cambian de signo:



$$\int_a^b f(x)dx = -A + B$$

Para calcular el área de la region limitada por dos curvas a partir de unas modificaciones se puede extender la aplicación de las integrales definidas, para el área de una region bajo una curva al área entre dos curvas. Considerar dos funciones $f \wedge g$ están sobre el eje x y la gráfica de g debajo de la gráfica f se puede interpretar geometricamente el área de la región entre las gráficas, como el área de la region bajo la gráfica de g sustraída del área de la region bajo la gráfica f.

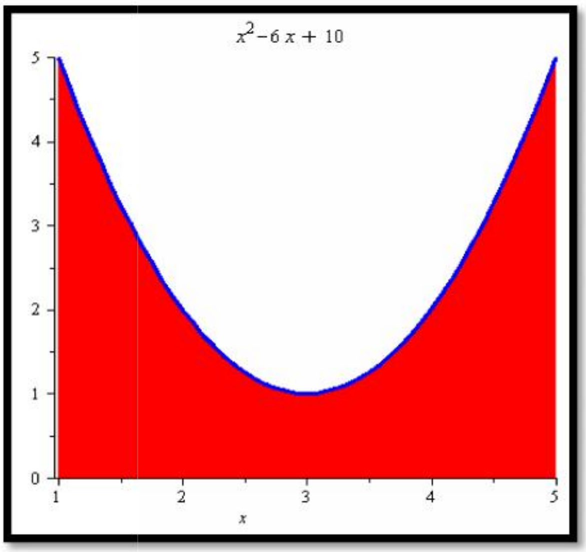
$$\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$



Interactiva:

Situación Didáctica: Los siguientes ejercicios nos permitirán comprender el cálculo de área de las regiones planas, por lo cual para que facilite el aprendizaje las y los estudiantes porque algo importante es que la altura de un rectángulo es $[f(x)-g(x)]$ sin tener en cuenta la posición relativa del eje x.

1. Determine el área determinada entre la curva $f(x)=x^2-6x+10$ el eje de abscisas y las rectas $x=1, x=5$. Realizando la gráfica resulta que el área buscada es:



El valor del área se obtiene resolviendo la integral:

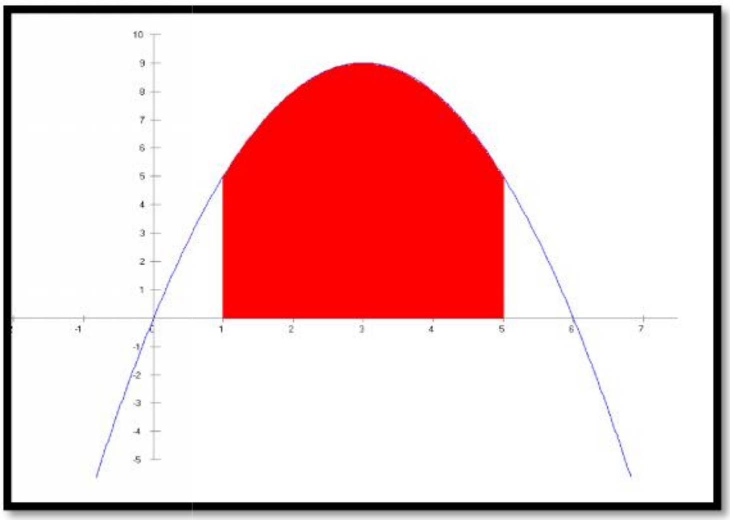
$$Área = \int_1^5 \left(x^2 - 6x + 10\right)dx = \left.\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 10x\right]_1^5 \Rightarrow$$

$$Área = \int_1^5 \left(x^2 - 6x + 10\right)dx = \left(\frac{5^3}{3} - 3(5)^2 + 10(5)\right) - \left(\frac{1^3}{3} - 3(1)^2 + 10(1)\right)$$

$$Área = \frac{125}{3} - 75 + 50 - \frac{1}{3} + 3 - 10 = \frac{28}{3}$$

El área vale $\frac{28}{3}$

2. Determine el área determinada entre la curva $f(x) = -6x - x^2$, el eje de abscisas y las rectas $x = 1, x = 5$ realizando la gráfica resulta que el área buscada es:

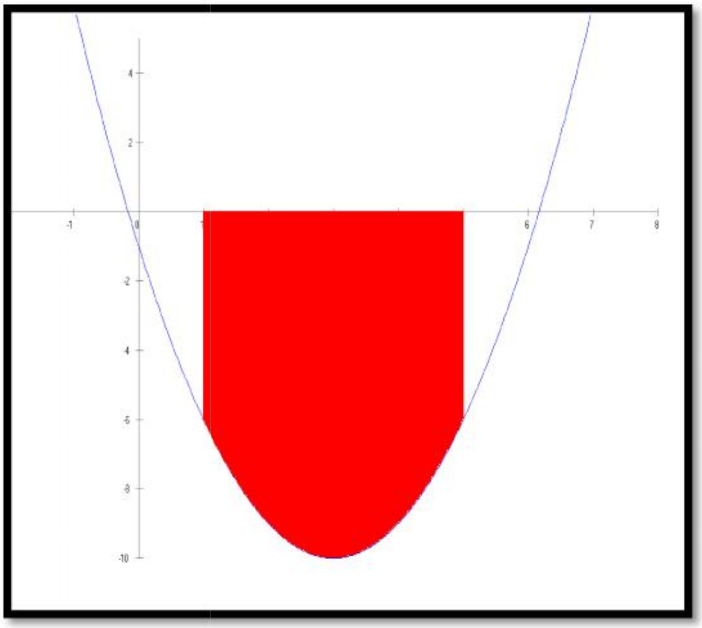


$$A = \int_1^5 \left(-6x - x^2\right)dx = \left.3x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_1^5 \Rightarrow A = \int_1^5 \left(-6x - x^2\right)dx = \left(3(5)^2 - \frac{(5)^3}{3}\right) - \left(3(1)^2\ \frac{(1)^3}{3}\right)$$

$$A = \int_1^5 \left(-6x - x^2\right)dx = 75 - \frac{125}{3} - 3 + \frac{1}{3} \Rightarrow A = \int_1^5 \left(-6x - x^2\right)dx = \frac{92}{3}$$

El área vale $\frac{92}{3}$

3. Determine el área encerrada entre la curva $f(x)=x^2-6x-1$, el eje x y las rectas $x=1, x=5$ Gráficamente resulta:



$$A=\int_1^5\left(x^2-6x-1\right)dx=\frac{x^3}{3}-3x^2-x\Big]_1^5\Rightarrow$$

$$A=\int_1^5\left(x^2-6x-1\right)dx=\left(\frac{(5)^3}{3}-3(5)^2-5\right)-\left(\frac{(1)^3}{3}-3(1)^2-1\right)$$

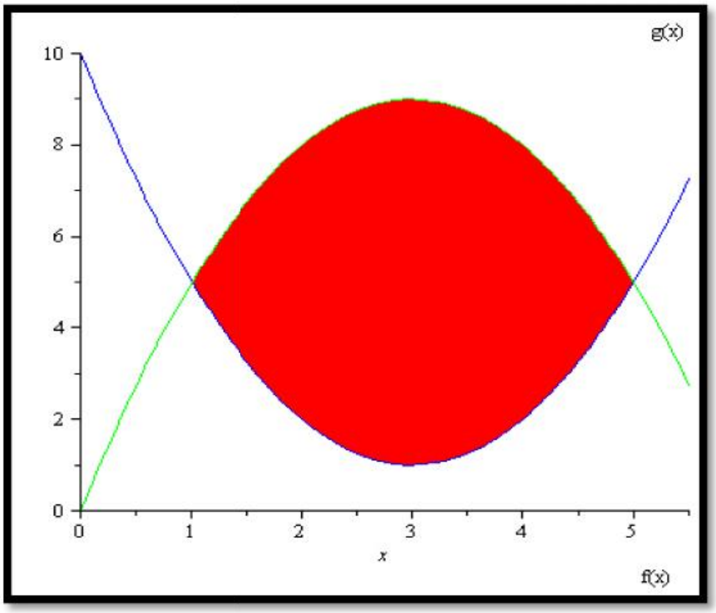
$$A=\int_1^5\left(x^2-6x-1\right)dx=\left(\frac{125}{3}-75-5\right)+\left(\frac{1}{3}-3-1\right)\Rightarrow$$

$$A=\int_1^5\left(x^2-6x-1\right)dx=-\frac{125}{3}+80+\frac{1}{3}-4\Rightarrow$$

$$A=\int_1^5\left(x^2-6x-1\right)dx=\frac{104}{3}$$

El área vale $\frac{104}{3}$

4. Determine el área encerrada entre las curvas $f(x)=x^2-6x+10$ y $g(x)=6x-x^2$ el eje x y las rectas $x=1, x=5$ realizando la gráfica resulta:



$$A=\int_1^5 g(x)dx-\int_1^5 f(x)dx \Rightarrow A=\int_1^5 [g(x)-f(x)]dx \Rightarrow$$

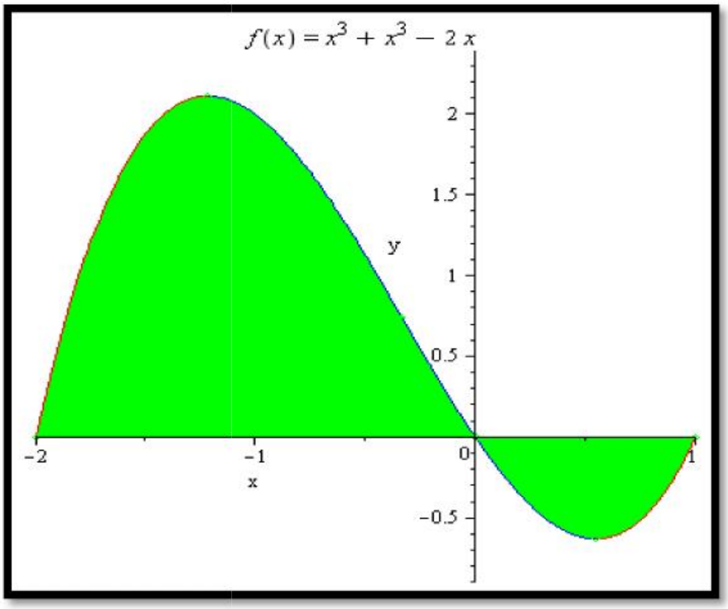
$$A=\int_1^5 [(6x-x^2)-(x^2-6x+10)dx] \Rightarrow A=\int_1^5 [(-2x^2+12x-10)dx] \Rightarrow$$

$$A=-\frac{2}{3}x^3+6x^2-10x\Big]_1^5=\left[-\frac{2}{3}(5)^3+6(5)^2-10(5)\right]-\left[-\frac{2}{3}(1)^3+6(1)^2-10(1)\right] \Rightarrow$$

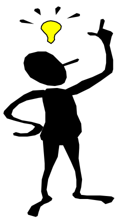
$$A=\frac{50}{3}+\frac{14}{3}=\frac{64}{3}$$

El área vale $\frac{64}{3}$

5. Encuentre el área comprendida entre la gráfica de la función $f(x)=x^3+x^2-2x$ con el eje de abscisas. Gráficamos la curva para obtener gráficamente el área:



Para hallar las intersecciones con el eje de abscisas calculamos las raíces, planteando $f(x)=0$ o sea; $x^3+x^2-2x=0 \Rightarrow x\left(x^2+x-2\right)=0 \therefore x_1=0, x_2=-2, x_3=1$



El área que está sobre el eje de abscisas se determina resolviendo $\int_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)dx$ y el área debajo del eje de abscisas mediante $-\int_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)dx$

Resolviendo las integrales planteadas:

$$\int_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)dx=\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\Bigg]_{-2}^{0}=-\left(4-\frac{8}{3}-4\right)=\frac{8}{3}$$

$$-\int_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)dx=\int_{0}^{1}\left(2x-x^2-x^3\right)dx=x^2-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-x^2\Bigg]_{0}^{1}=-\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{12}$$

El área buscada resulta la suma de las dos áreas anteriores y es $\frac{37}{12}$

IV. SESIÓN

Expositiva: *Aplicaciones a la Economía*

"La economía de tiempo humano es la ventaja de las máquinas industriales" Charles Babbage.

Medios: pizarra, borrador, marcador, material elaborado para la clase, data show.

Situación Didáctica: Los economistas sostienen que algunas veces es más fácil obtener los datos que reflejan los incrementos ocasionados en los costos e ingresos, obtenidos con la producción y venta adicional de un determinado artículo, es por esta razón que no es posible determinar directamente las funciones de costo e ingreso total a las que corresponden dichos datos, pero se pueden conocer las funciones de costo e ingreso marginal a las que corresponden, de esta manera se pueden determinar las funciones de costo e ingreso total.

1. Costo Marginal:

Si la función costo marginal está dada por: $Q^0(x)=\dfrac{dQ(x)}{dx}$ Entonces, el costo total será la integral con respecto a x de la función costo marginal, es decir: $\int Q^0(x)dx = Q(x)+c$ Para obtener una única función de costo total, al integrar dicha función, debe especificarse una condición inicial, la cual es el costo fijo.

2. Ingreso Marginal:

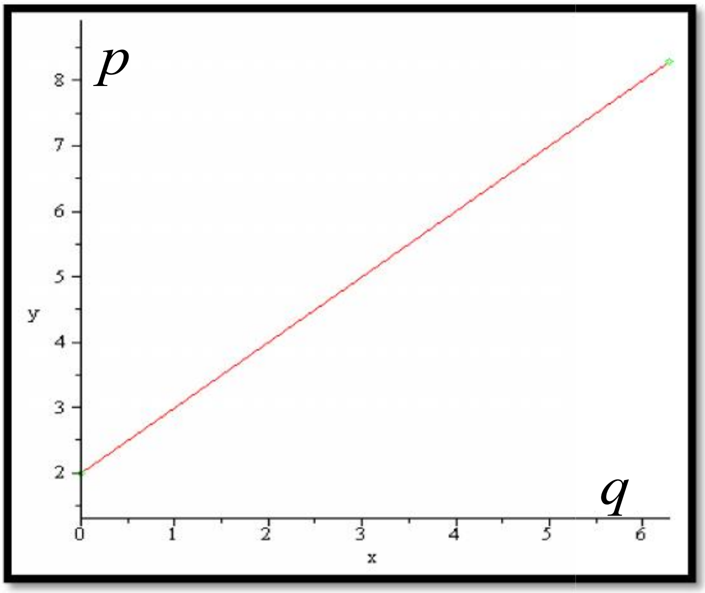
El ingreso marginal que depende de la cantidad demandada, es la derivada del ingreso total con respecto a x, es decir: $\dfrac{dR(x)}{dx}=R^0(x)$ Por tanto, la función de ingreso total es la integral, con respecto a x, de la función ingreso marginal, o sea: $R(x)=\int R(x)dx = R(x)+c$ Para lo cual se tiene que especificar una condición inicial para obtener una única función de ingreso total. Para evaluar la constante de integración puede usarse la condición inicial de que el ingreso es nulo cuando la cantidad demandada es nula.

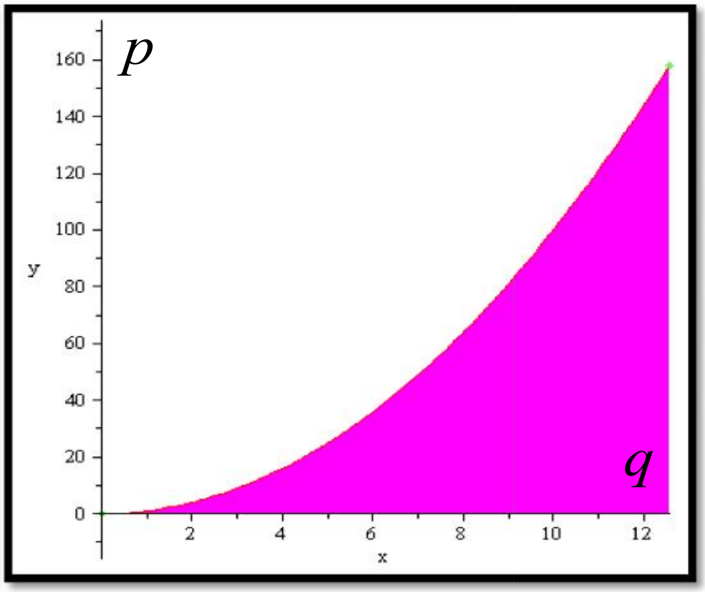
3. Función oferta:

La oferta desde la perspectiva del negocio como: ***"El número de unidades de un producto que será puesto en el mercado durante un periodo de tiempo"***, se puede analizar que la función oferta en una empresa que fabrica y vende un determinado producto utiliza esta función para relacionar la cantidad de productos que está dispuesta a ofrecer en el mercado con el precio unitario al que se puede vender esa cantidad.

Podemos decir que, en respuesta a distintos precios, existe una cantidad correspondiente de productos que los fabricantes están dispuestos a ofrecer en el mercado en algún período específico.

Cuanto mayor es el precio, mayor será la cantidad de productos que la empresa está dispuesta a ofrecer. Al reducirse el precio, se reduce la cantidad ofrecida. Esto nos permite asegurar que la función de oferta es una función creciente. Si p representa el precio por unidad y q la cantidad ofrecida correspondiente entonces a la ley que relaciona p y q se la denomina función de oferta y a su gráfica se la conoce como gráfica de oferta.



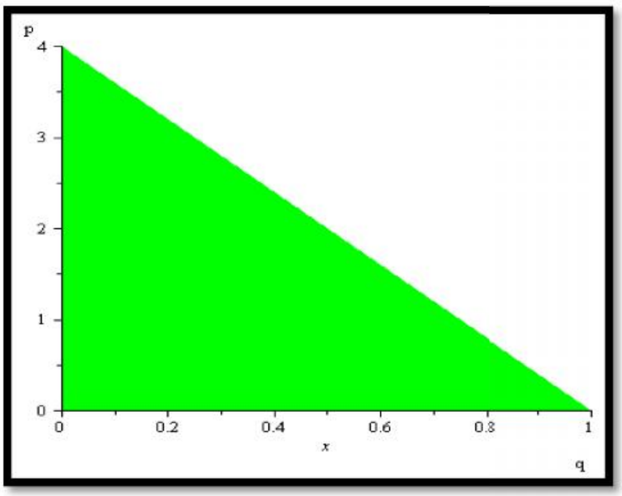


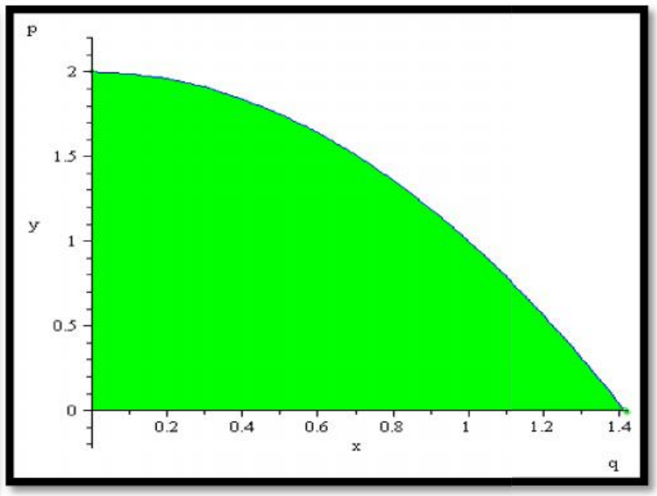
A esta función la simbolizamos $p = 0(q)$ donde sabemos que p es el precio unitario y q la cantidad de productos que, a ese precio, se ofrece en el mercado.

4. Función de demanda:

Las empresas utilizan esta función para relacionar la cantidad de productos demandada por los consumidores, con el precio unitario al que se puede vender esa cantidad, de acuerdo con la demanda. En general, si el precio aumenta, se produce una disminución de la cantidad demandada del artículo porque no todos los consumidores están dispuestos a pagar un precio mayor por adquirirlo. La demanda disminuye al aumentar el precio por eso esta es una función decreciente como lo observamos en los ejemplos gráficos.

Podemos asegurar entonces que para cada precio de un producto existe una cantidad correspondiente de ese producto que los consumidores demandan en determinado período. Si el precio por unidad de un producto está dado por p y la cantidad correspondiente en unidades está dada por q la ley que los relaciona se denomina función de demanda. A su gráfica se la llama gráfica de demanda.



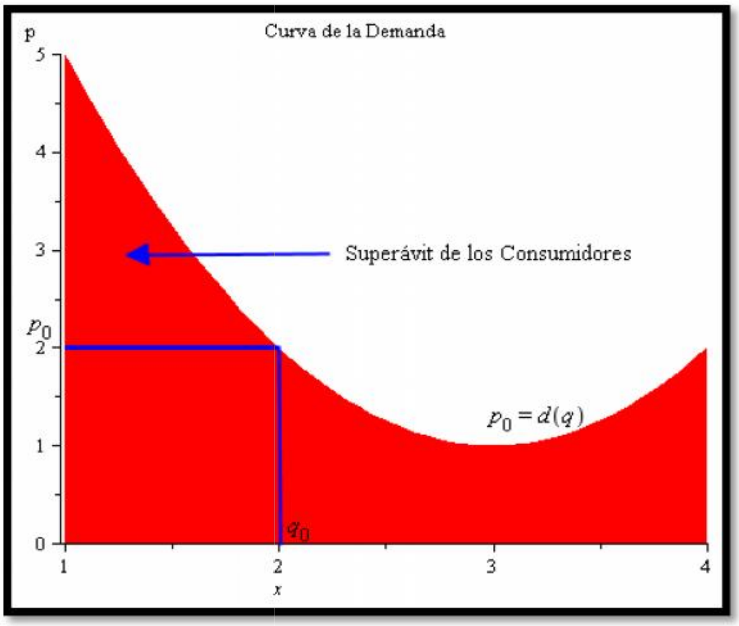


A esta función la simbolizamos $p = d(q)$ donde sabemos que p p es el precio unitario y q la cantidad de productos que, a ese precio, se demanda en el mercado.

5. Superávit de consumidores y productores:

El mercado determina el precio al que un producto se vende. El punto de intersección de la curva de la demanda y de la curva de la oferta para un producto da el precio de equilibrio. En el precio de equilibrio, los consumidores comprarán la misma cantidad del producto que los fabricantes quieren vender. Sin embargo, algunos consumidores aceptarán gastar más en un artículo que el precio de equilibrio. El total de las diferencias entre el precio de equilibrio del artículo y los mayores precios que todas esas personas aceptan pagar se considera como un ahorro de esas personas y se llama el superávit de los consumidores.

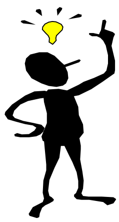
El área bajo la curva de demanda es la cantidad total que los consumidores están dispuestos a pagar por q_0 artículos. El área sombreada bajo la recta $y = p_0$ muestra la cantidad total que los consumidores realmente gastarán en el precio p_0 de equilibrio. El área entre la curva y la recta representa el superávit de los consumidores.

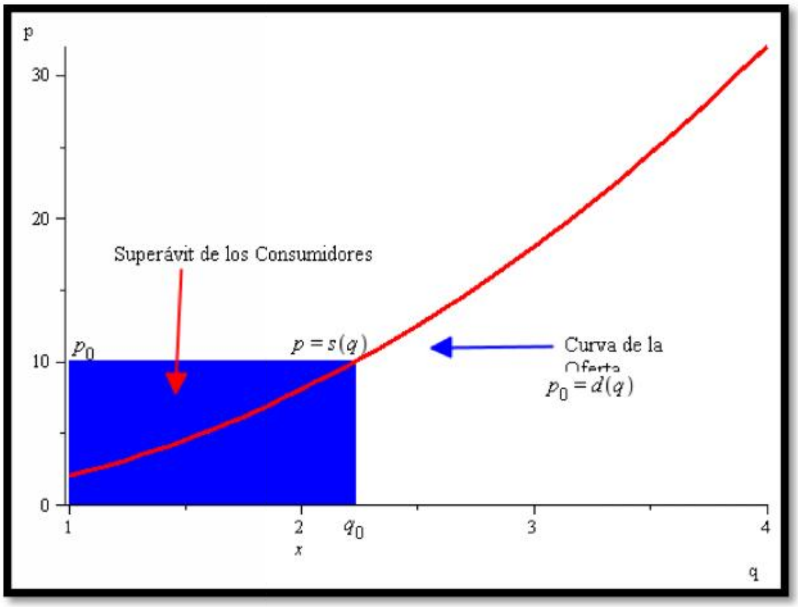


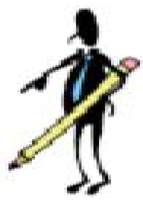
El superávit de los consumidores está dado por el área entre las curvas $p = d(q)$ y $p = p_0$ entonces su valor puede encontrarse con una integral definida de esta forma:

$\int_0^{q_0} [d(q) - p_0]\,dq$ Donde $d(q)$ es una función demanda con precio de equilibrio p_0 y demanda de equilibrio q_0.

De la misma manera si algunos fabricantes estuviesen dispuestos a proporcionar un producto a un menor precio que el precio p_0 de equilibrio, el total de las diferencias entre el precio de equilibrio y los precios más bajos a los que los fabricantes venderían el producto se considera como una entrada adicional para los fabricantes y se llama el superávit de los productores.







El área total bajo la curva de oferta entre $q = 0$ y $q = q_0$ es la cantidad mínima total que los fabricantes están dispuestos a obtener por la venta de q_0 artículos. El área total bajo la recta $p = p_0$ es la cantidad realmente obtenida. La diferencia entre esas dos áreas, el superávit de los productores, también está dada por una integral definida.

Si $s(q)$ es una función de oferta con precio p_0 de equilibrio y oferta q_0 de equilibrio, entonces superávit de los productores:

$$\int_0^{q_0} [p_0 - s(q)]dq$$

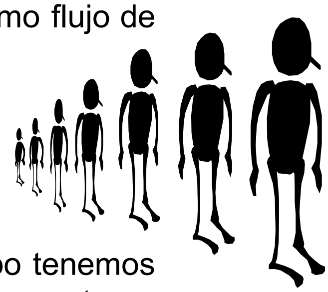
6. Inventario diario promedio:

Se denomina función inventario $I(t)$ a la función que indica la cantidad de un producto que una empresa tiene disponible el día t, el valor promedio de $I(t)$ en un tiempo $[0,T]$ se denomina inventario diario promedio, $m(I)$ y se calcula con la integral:

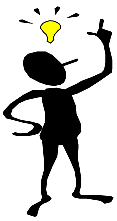
$$m(I)=\frac{1}{T}\int_0^T I(t)dt$$

7. El valor presente de un flujo de ingreso:

Supongamos que hemos hecho una inversión que genera ingresos de manera continua, a una cierta tasa de interés r a razón de $f(t)$ al año, durante un cierto de tiempo t, desde $t=a$ hasta $t=b$. El valor presente de un flujo de ingreso es la cantidad de dinero que debe depositarse hoy para generar el mismo flujo de ingresos en el de tiempo previsto, dicho valor es:



$$\int_a^b e^{\frac{-rt}{100}} f(t)dt$$



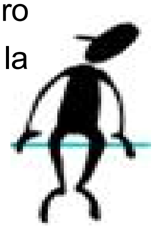
Si los ingresos se reciben desde el año $t=a$ sin límite de tiempo tenemos una anualidad perpetua, se denomina valor presente de una anualidad perpetua a la integral impropia de primera especie:

$$\int_a^\infty e^{\frac{-rt}{100}} f(t)dt$$

Interactiva:

<u>**Situación Didáctica:**</u> Con los conocimientos adquiridos durante el proceso de enseñanza de la clase expositiva de las aplicaciones a la economía, realizaremos los ejercicios vinculados a la teoría.

1. Una agencia de seguros sabe que la función costo marginal por producir x seguros de gastos médicos es $Q^{0}(x)=32x+92$ Donde x es el número de unidades producidas y $Q^{0}(x)$ Es el costo marginal dado en pesos. Encontrar la función costo total, si el costo fijo es de $ 10



Solución

$Q(x)=\int(32x+92)dx=16x^2+92x+c$

Sustituyendo la condición inicial $Q(0)=10$ Se obtiene que c = 10 entonces, la función de costo total es: $Q(x)=16x^2+92x+10$

2. La aseguradora del ejemplo, anterior fija un precio de \$ 680 por unidad de venta de un seguro de gastos médicos. De aquí se tiene que la función del ingreso marginal por ventas es $R^0(x) = 680 \ pesos$:

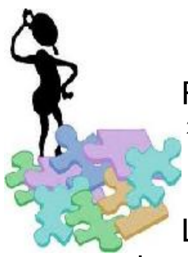
Solución:
Para obtener la función ingreso total por ventas R (x), se integra así:

$$R(x) = \int (680)dx = 680x + c$$

3. La curva de demanda está dada por la ley $d(x) = 50 - 0{,}06x^2$ encuentre el superávit o ganancia de los consumidores si el nivel de venta asciende a veinte unidades.

Solución

Como la cantidad de unidades es 20, su precio asciende a:
$p = d(20) = 50 - 0.06(20)^2 = 26$.

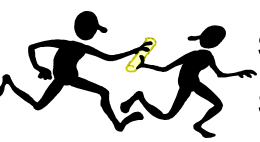


Resolviendo la integral, la ganancia de los consumidores resulta:

$$\int_0^{20} \left[50 - 0.06x^2 - 26\right]dx = \int_0^{20} \left[24 - 0.06x^2\right]dx = 24x - 0.02x^3\Big]_0^{20} = 320$$

La ganancia de los consumidores asciende a \$ 320 si el nivel de venta asciende a veinte unidades.

4. Se conoce que la curva de la oferta para un producto es $s(x) = \frac{x}{2} + 7$ Encuentre la ganancia de los productores si la producción asciende a diez artículos.



Solución:
Si la producción asciende a 10 artículos el precio es $s(10) = \frac{10}{2} + 7 = 12$ pesos.
La ganancia o superávit de los productores se calculo resolviendo:

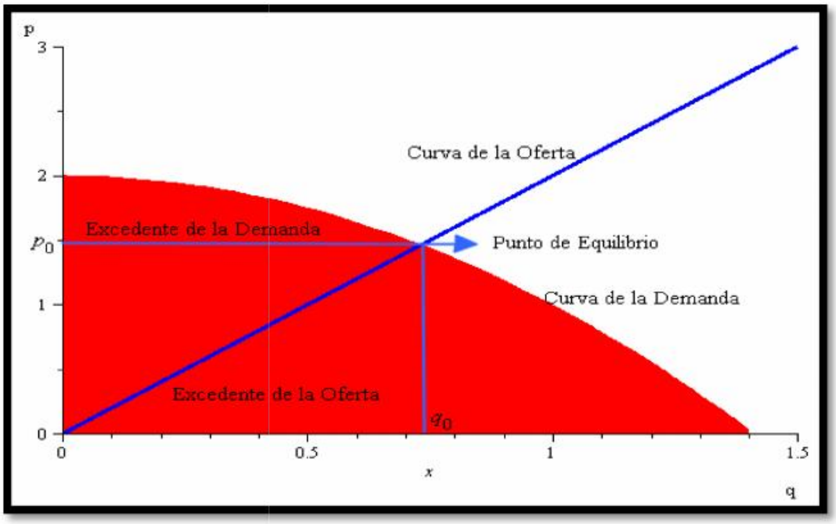
$$\int_0^{10} \left[12 - \left(\frac{x}{2} + 7\right)\right]dx = \int_0^{10} \left[12 - \frac{x}{2} - 7\right]dx = \int_0^{10} \left[5 - \frac{x}{2}\right]dx = 5x - \frac{x^2}{4}\Bigg]_0^{10} = 25$$

La ganancia de los productores asciende a \$25 si la producción es de diez artículos.

5. Calcule el exceso de oferta y el exceso de demanda para las curvas de demanda y oferta dadas. Función de demanda: $p_1(q) = 1000 - 0.4q^2$ Función de oferta: $p_2(q) = 42q$:

Solución:

El exceso de oferta y el de demanda están representados por las áreas que muestra la gráfica:



La oferta coincide con la demanda en (q_0, p_0), es decir: $p_1(q) = p_2(q) \Rightarrow 1000 - 0.4q^2 = 42q \Rightarrow -0.4q^2 - 42q + 1000 = 0 \Rightarrow q_1 = -125 \wedge q_2 = 20$

Como los valores de las abscisas corresponde a número de artículos ofrecidos o demandados, $q_0 = 20$ y por lo tanto $p_0 = 840$. El excedente de demanda o superávit de los consumidores es la región comprendida entre $p_1(q)$ y la recta $p = 840$, entre $(0,20)$, o sea:

$$\int_0^{20} \left(1000 - 0.4q^2 - 840\right)dq = \int_0^{20} \left(160 - 0.4q^2\right)dq = 160 - 0.4\frac{q^3}{3}\Bigg]_0^{20} = 2133.33$$

El excedente de demanda asciende a \$2133.33

El excedente de oferta es la región comprendida entre las rectas $p = 840$ y $p = 42q$ entre $(0,20)$, o sea:

$$\int_0^{20} (840 - 42q)dq = 840 - 21q^2\Big]_0^{20} = 840.20 - (21.20)^2 = 8400$$

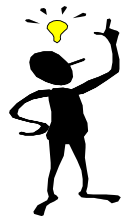
El superávit de oferta alcanza \$8400.

6. Un mayorista recibe en un envió de 1200 cajas de chocolate cada 30 días, las cuales vende a minorista a una razón constante y t días después de recibir el envió el inventario que tiene es $I(t)=1200-40$:

a. ¿Cuál es el inventario diario promedio en los 30 días?

b. ¿Cuál es el costo de retención diario promedio si el coste de retener una caja es de 3 céntimos diarios?

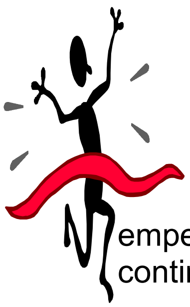
Solución:



El inventario diario promedio es:

$$m(I)=\frac{1}{30}\int_0^{30} I(t)=600$$

El costo de retención diario promedio es:



$$600(0.03)=18euros$$

7. Un fondo de inversión paga 2000 euros anuales durante 5 años, empezando inmediatamente. La tasa de interés es del 12% anual capitalizado continuamente. Hallar el valor presente del fondo de inversión:

Solución:

El flujo de ingreso $f(t)=2000$ euros al año. El valor presente del fondo es:

$\int_0^5 e^{\frac{-12t}{100}} 2000dt = 7519.8$ Euros.

FASE DE APLICACIÓN

V. FASE DE APLICACIÓN	
Contenido:	➢ Generalidades de las Aplicaciones de la integral definida
Estrategias Metodológicas:	Con el conocimiento adquirido durante el proceso de enseña de la integral definida, las y los estudiantes puedan realizar en el aula de clase diferentes ejercicios aplicados a las temáticas de estudio.
Medios	Pizarra, conocimiento del tema.
Software Educativo:	Maple
Aula Virtual	htpp://campusng.uraccan.edu.ni/
Materiales:	Material elaborado para la clase.
Tiempo:	12 Horas clase.
Objetivos:	Desarrollar habilidades en el empleo de las integrales relacionados a los tópicos fundamentales de las carreras de administración de empresas. Fortalecer los hábitos de razonamiento lógico abstracto, adquiridos por las y los estudiantes en la búsqueda de soluciones reales de los problemas conexos con la economía, la administración y las finanzas y sus relaciones con otras ciencias afines.
Procedimientos:	Empleen la definición y propiedades de integral definida, área de una región en el plano, para que les permita resolver ejercicios y problemas de carácter económico y administrativos. Usen diferentes criterios para evaluar integrales definidas en la solución de problemas relacionados con la administración, la economía, las finanzas y sus vínculos con otras ciencias.

ORIENTACIONES METODOLÓGICAS PARA LA FASE DE EXPLORACIÓN

1. Iniciar realizando que la práctica de los ejercicios propuesto nos ayudara a fortalecer el conocimiento adquirido durante el proceso de enseñanza de la integral definida.

2. Utilizar el cálculo de área de una región plana para desarrollar los ejercicios para afianzar el conocimiento.

3. Introducir la clase a partir del contexto social, ir viendo las distintas utilidades de la integral definida y de las tecnologías de la información y comunicación.

4. Fomentar que a las y los estudiantes que las aplicaciones a la economía con la integral definida, proyecto el que hacer de su formación.

5. Asignar siempre en los equipos de trabajo un ó una estudiante monitor para que los equipos puedan trabajar de manera guiada.

ACTIVIDADES DE MOTIVACIÓN

Cada estudiante reflexione la frase de Leibniz "La experiencia del mundo no consiste en el número de cosas que se han visto, sino en el número de cosas sobre las que se ha reflexionado con fruto", luego la comentaran con sus compañeros y docente además la utilizarán para vincular que las aplicaciones de la economía y la herramientas informáticas nos permite desarrollar un mejor ambiente en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El docente puede brindar una pequeña reseña sobre todas las temáticas expuestas en el contexto de la economía, y las aplicaciones que se llevan al cálculo.

Fomentar con las y los estudiantes sobre la importancia que tienen está aplicaciones y que la integral definida es una herramienta para darle solución a este tipo de problema que se debaten en la economía y con las tecnologías de información y comunicación se da una mejor interpretación de estas aplicaciones.

I. PRACTICA

Medios y Metodología: Material elaborado para realizar trabajos en el aula de clase, con el propósito de afianzar conocimiento.

Situación Didáctica: Utilizando la definición y las propiedades de la integral definida, con este conocimiento adquirido le podemos dar respuesta a este enunciado propuesto:

I. Evalúe las integrales siguientes:

1. $\int_3^5 (5x^2 + 12x - 5)dx$
2. $\int_3^5 4x^2\sqrt{4x^3 - 2}dx$
3. $\int_0^2 \frac{3x-1}{3x^2-2}dx$
4. $\int_3^4 (3x^3 - 2x^2 + 4x - 4)dx$
5. $\int_1^3 (10x-1)\sqrt{(10x^2-2x)}dx$
6. $\int_0^3 (3x^3 - 2x^2 + x - 1)dx$
7. $\int_2^4 \frac{4x+3}{8x^2+12x}dx$
8. $\int_0^1 3x^2 dx$

II. Dibujar la región cuya área está dada por la integral definida, utilice Maple para realizar la gráfica y evalué la integral

1. $\int_0^3 4dx$
2. $\int_0^4 xdx$
3. $\int_0^2 (2x+5)dx$
4. $\int_{-1}^1 (1-|x|)dx$
5. $\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2}dx$
6. $\int_0^4 \frac{x}{2}dx$
7. $\int_0^8 (8-x)dx$

III. PRACTICA

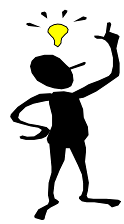
Medios y Metodología: Material elaborado para realizar trabajos en el aula de clase, con el propósito de consolidar conocimiento.

Situación Didáctica: Utilizando las definiciones sobre cómo encontrar la región en un plano, resolveremos los siguientes ejercicios propuesto, con el objetivo de vincular la teoría adquirida, y así fortalecer el aprendizaje:

1. Hallar el área determinada por las curvas $f(x)=2x^2 \wedge g(x)=x^4-2x^2$ utilice Maple para realizar la interpretación geométrica.

2. Hallar el área total de la región encerrada por las curvas $f(x)=x^2+3x \wedge g(x)=2x^3-x^2-5x$ utilice Maple para realizar la interpretación geométrica.

3. Hallar el área de la región acotada por $f(x)=senx \wedge g(x)=-senx \text{ en } x=-\frac{3\pi}{2}, x=2\pi$ utilice Maple para realizar la interpretación geométrica.



4. Determinar el área de la región determinada por $f(x)=x^2 \wedge g(x)=2x-1 \text{ en } x=-6, x=-2$ utilice Maple para realizar la interpretación geométrica.

5. Hallar el área de la región acotada por la curva Hallar el área de la región acotada por $f(x)=x^3+x, x=[-5,5]$ utilice Maple para realizar la interpretación geométrica.

6. Hallar el área de la región acotada por la curva Hallar el área de la región acotada por $f(x)=4, x=[-3,2]$ utilice Maple para realizar la interpretación geométrica.

IV. PRACTICA

Medios y Metodología: Material elaborado para realizar trabajos en el aula de clase, con la intención de fortalecer conocimiento.

Situación Didáctica: Utilizando la definición sobre las aplicaciones a la economía de la integral definida, y con este conocimiento adquirido le podemos dar respuesta a este enunciado propuesto y que nos permite el desarrollo amplio de las diferentes estrategias de solución de la economía:

1. En los primeros cinco años que una mercancía ha estado a la venta en el mercado, se venden Y unidades al año, cuando han trascurrido X años desde que el producto se presentó por primera vez, en donde, $Y = 3000\sqrt{x} + 1000$ Para el intervalo de $0 \le x \le 5$ Con esta información determinar:

a. Las ventas totales en los primeros cuatro años.
b. Las ventas realizadas en el tercer año.
c. Las ventas del quinto año.

2. El administrador financiero de una empresa considera que la compra de una cierta maquinaria facilitará el ahorro en los costos de operación de la entidad. La tasa de ahorro en el costo de operación es de f(x) dólares al año cuando la maquinaria ha estado en uso durante X años y. $f(x) = 4000x + 1000$ En el intervalo de $0 \le x \le 10$ En estas condiciones calcule:
a. ¿Cuál es el ahorro en los costos de operación en los primeros 3, 5 y 7 años?
b. ¿Cuál es el ahorro específico en los años 2, 4 y 6?
c. Si el precio de compra de la maquinaria es de $ 36,000.00 ¿Cuántos de uso se requieren para qué la maquinaria se pague por si sola?

3. La administradora de una cadena de cines recibe un contenedor de productos alimenticios todos los lunes. Es conocido en la empresa que a inicios de la semana la asistencia es baja, la demanda crece conforme pasa la semana, de esta manera X días después el inventario es Y unidades, en donde: $Y = 49000 - 1000x^2$ Si el costo diario de almacenamiento es de 0.03 centavos de dólar por unidad, calcule el costo total de mantener el inventario por siete días.

4. Cuando han transcurrido X años desde que se lanzó al mercado una calculadora electrónica, entonces, deben producirse $f(x)$ unidades al año, donde $f(x) = 60 + 288x^2$ en el intervalo $0 \le x \le 3$ Si N es el número de calculadoras producidas durante el segundo año, entonces: (a) calcule cuántas calculadoras

deben producirse en el año dos; (b) Si la empresa en ese año dispone realizar un descuento del 7 % por cada diez unidades vendidas y si el valor de venta de cada calculadora a los distribuidores es de $ 15 (dólares), ¿Cuál es ingreso real que percibe la empresa por la venta de las calculadoras? Suponga que vende la totalidad que produce.

5. Sea $p(x) = 1200 + 0.2x - 0.0001x^2$ la función precio de un producto hallar el excedente del consumidor cuando el de ventas es de 500 unidades.

6. La función precio de un productor es $p(x) = \dfrac{1000}{x+20}$. Hallar el excedente del consumidor cuando el precio de venta es de 20 euros.

7. Un fabricante ha estado vendiendo 1000 unidades a la semana de un producto, a 450 dólares la unidad. Al bajar 10 dólares el precio, aumento en 100 el número de unidades vendidas por semana:

a. Hallar la función precio, suponiendo que es lineal.
b. Hallar el excedente del consumidor si el precio de venta se fija en 400 dólares.

8. Una empresa de detergente recibe 450 tambores de cartón cada 30 días. La función inventario es $I(t) = 450 - \dfrac{t^2}{2}$

a. Hallar el inventario diario promedio en los 30 días.
b. Si el costo de retención de cada tambor es de 2 dólares diarios hallar el costo de retención promedio.

9. Una tienda de ropa deportiva recibe 600 cajas de calcetines cada 60 días la cantidad de cajas disponibles días después de que llega el cargamento es $I(t) = 600 - 20\sqrt{15t}$

a. Hallar el inventario diario promedio en los 60 días.
b. Si el costo de retención de cada caja es de medio dólar diario, hallar el costo de retención diario promedio.

10. Un fondo de inversion paga 8000 euros anuales durante 10 años empezando dentro de 5 años, a una tasa del 10% anual capitalizado continuamente, calcular:

a. El valor presente del fondo de inversion.
b. El valor que tendra el fondo dentro de tres años a partir de ahora.

VI. LISTA DE REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Edwards C.H. (1992): *Cálculo con Geometría Analítica*. Cuarta Edición. Prentice, México.

Godino, J. D. (1996): Significado de la demostración en la Educación Matemática, Volumen 1, España

Hoffmann L. (1999): *Cálculo para Administración*, Economía y Ciencias Sociales. Sexta Edición

Leithold, L. (1987): *Cálculo con Geometría Analítica*. Quinta Edición, Editorial Harla, México, D.F.

Leithold, L. (1987): *El cálculo*. Séptima Edición. Editorial Harla, México, D.F.

Rojas, R. (2002): Dossier *Cálculo Diferencial e Integral*. Nueva Guinea, Nicaragua

Sowokowski, E. (1989): *Cálculo con Geometría Analítica,* Segunda Edición, Editorial Iberoamericana. México, D.F.

Thomas G. (2006): *Calculo de una Variable*. Undécima Edición. México, D.F.

Zill, D. (1987): *Cálculo con Geometría Analítica*, Cuarta Edición. Editorial Iberoamericana, México, D.F.

URACCAN (2004): *Modelo Pedagógico*, Aprobado en la sesión del CUU en el 2004.

www.matemáticasbachillerato.com